Применение пакета SINARA для моделирования турбулентного перемешивания на границе раздела газов

Гаджиева В.В., Кузьмин С.Ю., Лебедев С.Н., Сизова И.Е., Стряхнина О.В.

РФЯЦ-ВНИИТФ, Снежинск

Код SINARA создавался для расчета некоторых аварийных процессов реакторов на быстрых нейтронах [1]. Решается краевая задача для нестационарных двумерных уравнений в цилиндрической системе координат. Код применялся для моделирования разрушения корпуса активной зоны реактора, для оценки аварийной ситуации при разрушении строительных конструкций атомной электростанции и т.д. [2].

В последнее время в модули кода SINARA были адаптированы для расчета задач тепломассопереноса [3, 4]. Была решена задача повышения точности расчетов эйлерового этапа вычислений. Был доработан неявный алгоритм расчета для течений, в которых число Маха много меньше единицы. Появилась возможность с помощью одного кода рассчитывать как сжимаемые, так и несжимаемые течения. В код SINARA введен учет физической вязкости и ряд моделей турбулентного течения. Была реализована геометрическая модель учета теплового излучения. Для эйлерового этапа вычислений были реализованы граничные условия притока и оттока массы для произвольных участков границ. Была разработана разностная схема для уравнений с периодическими коэффициентами.

Используется принцип расщепления по физическим процессам. При решении конкретной задачи может быть использован произвольный набор модулей. При этом учитывается взаимное влияние различных физических процессов друг на друга, то есть уравнения решаются совместно.

1 КРАТКАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА КОДА SINARA

В коде программ SINARA решается краевая задача для нестационарных двумерных уравнений в R-Z геометрии.

Моделируемые процессы:

- движение вязкой многокомпонентной односкоростной среды,
- упругопластические и прочностные свойства материалов,
- турбулентность,
- линейная теплопроводность,
- излучение.
- рассеяние, размножение, поглощение и перенос нейтронов в кинетическом приближении,
- кинетика ядер, энерговыделение.
- учет запаздывающих нейтронов, учет резонансной самоэкранировки сечений и Доплер-эффекта.

Программы реализованы в виде отдельных модулей. В код SINARA включены следующие модули.

1) Модуль расчета нестационарной гидродинамики.
2) Модуль расчета турбулентного перемешивания.
3) Модуль расчета нестационарной гидродинамики с учетом упруго-пластических и прочностных свойств среды.
4) Модуль решения уравнения теплопроводности.
5) Модуль расчета излучения.
6) Модули решения уравнения переноса нейтронов.
   - Модуль решения уравнения переноса нейтронов в кинетическом приближении DSn-методом.
   - Модуль учета запаздывающих нейтронов.
7) Модули решения уравнений нейтронно-ядерной кинетики.

Модели среды:

- Модель идеальной жидкости с учетом многокомпонентности среды.

- Модель упругого тела, учитывающая пластичность, сжимаемость, разрушение, плавление, испарение.
- Модель вязкой жидкости с учетом многокомпонентности среды.
- Модели турбулентности.
- Геометрическая модель излучения.

При построении вычислительной модели использован принцип расщепления по физическим процессам. На временном шаге система расщепляется на несколько последовательно решаемых систем. Данный подход позволяет использовать произвольную совокупность уравнений для описания задач в различных приближениях.

1.1 Явно-неявный ALE-метод

Для решения уравнений, описывающих односкоростное движение многокомпонентной среды использован подход ALE-метода [5]. На первой фазе вычислений решается система уравнений в переменных Лагранжа. Эта фаза исеем явный и неявный этапы вычислений. На явном этапе используется явная схема с разнесенным шаблоном. В схеме скорость и координаты определены в узлах сетки, а все остальные неизвестные определены в центрах ячеек сетки. На неявном этапе к схеме вычислений добавляется определение давления на опережающий момент времени. Для этого линеаризацией уравнений системы уравнений, в которой разностями заменены производные по времени, и уравнений состояния получается система уравнений первого порядка относительно вязких функций давления и вектора скорости

$$\begin{cases} P^{n+1} + \psi \cdot div\, \vec{U}^{n+\frac{1}{2}} = \varphi. \\ \vec{U}^{n+\frac{1}{2}} + \dfrac{\tau}{\rho^{n+1}} \cdot grad\, P^{n+1} = 0 \end{cases} \tag{1}$$

Далее возможны два варианта.

В первом при решении системы (1) получаются значения вектора скорости в центрах ячеек, далее интерполяцией определяются скорости узлов сетки и находятся остальные неизвестные функцции.

Во втором варианте схемы вместо функции $\vec{U}^{n+\frac{1}{2}}$ используется ускорение $\vec{W}^{n+\frac{1}{2}} = \frac{1}{\tau}(\vec{U}^{n+1} - \vec{U}^{n})$. Тогда при решении системы (1) используется только найденное вязкое давление, которое далее используется при определении скоростей узлов сетки на разнесенном шаблоне.

Решение системы (1) производистя с использованием аппроксимации типа «Ромб» [6]. Для этого уравнения системы аппроксимируются на четырехугольной сетке в пределах одной ячейки. При этом получается система уравнений, содержащая неизвестные функции в центре и на четырех ребрах каждой ячейки. С помощью метода типа стабилизирующей поправки система сводится к двум системам одномерных разностных уравнений. Для каждой системы функции в центрах ячеек заменяются выражениями

$$U_{i+\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}\left(U_{i+1} + U_i\right) + \theta_{i+\frac{1}{2}}\left(P_{i+1} - P_i\right), \quad P_{i+\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}\left(P_{i+1} + P_i\right) + \delta_{i+\frac{1}{2}}\left(U_{i+1} - U_i\right), \tag{2}$$

где δ и θ - параметры, определяющие свойства схемы. С помощью выражений (2) системы одномерных разностных уравнений сводятся к линейным уравнениям, содержащим неизвестные функции на ребрах ячеек сетки. Эти уравнения решаются прогонкой.

При решении уравнений (1) не обязательно использовать расщепление. Можно модифицировать (2) и получить систему разностных уравнений, содержащюю неизвестные на всех ребрах ячеек. Полученная система линейных алгебраических уравнений может быть решена с использованием какого-либо известного решателя.

Во всех случаях использование при решении системы уравнений (1) подхода типа «Ромб» позволяет улучшить точновть по сравнению с традиционными схемами, использующими аппроксимацию на нескольких (в 2D случае – 9) ячейках сетки.

1.2 Повышение эффективности вычислений для моделирования течений почти несжимаемой жидкости

Особенностью таких течений является то, что скорость вещества значительно меньше скорости звука и, следовательно, число Маха много меньше единицы. Любые сжатия и разрежения, которые имеют место, возникают при практически постоянном давлении. Целью работы была модификация метода, чтобы иметь возможность с помощью одного кода рассчитывать как сжимаемые, так и несжимаемые течения. Для расчета таких течений в уравнение сохранения импульса введен итерационный параметр для искусственного повышения чисел Маха за пределы дозвукового течения.

Целью введения итерационного параметра масштабирования градиента давления, является изменение величины возмущения давления в дозвуковых течениях и повышение вычислительной эффективности без изменения других свойств течений. В уравнение сохранения импульса вводится параметр α. Модифицированное уравнение имеет вид:

$$\frac{\partial \rho \vec{u}}{\partial t} + \vec{\nabla}\left(\rho \vec{u}\vec{u}\right) = -\frac{1}{\alpha^2}\vec{\nabla}P + \vec{\nabla}\vec{G} + \rho\vec{g}\ .$$

Для эффективности вычислений, необходимо сделать α как можно больше, при сохранении величины $\delta P_\alpha / \overline{P}$ малой по сравнению с единицей. Выбор α делается таким образом, чтобы $\delta P_\alpha / \overline{P}$ <0.04 при условии, что выбранная таким образом величина α не становится меньше единицы.

1.3 Модели турбулентного перемешивания в пакете программ SINARA

Для учета турбулентного перемешивания в пакете программ SINARA реализованы две модели *Lv*-модель и $k\varepsilon$ модель турбулентности.

1.3.1 Kε- модель турбулентности

Модель $k\varepsilon$ является моделью первого уровня замыкания, когда цепочка для корреляций турбулентных составляющих величин обрывается на уравнениях для корреляций первого порядка.

Переход с *n* слоя на *n+1* происходит итерационно. Итерационный цикл делится на четыре фазы**:** A, B, C, D. Фазы A, B и C вместе составляют вычисления, в которых вычислительные ячейки движутся вместе с газом или жидкостью.

- фаза A – расчет уравнений газовой динамики с генерационной частью уравнений $k\varepsilon$ модели;
- фаза B – учет турбулентной диффузии, турбулентного давления и решение уравнения энергии;
- фаза C – учет теплового потока тепла и турбулентного теплопереноса.

На фазе D поле течения замораживается и пересчитывается на новую сетку.

1.3.2 Lv – модель

Модель *Lv* относится к классу моделей первого уровня замыкания, она основывается на аналогии с молекулярными процессами переноса и введении понятия коэффициента турбулентной вязкости. Для сдвиговых турбулентных течений модель сводится к системе уравнений Навье-Стокса.

Для определения коэффициента турбулентной вязкости μ используется формула Прандтля $\mu = \rho L^2 \left(\vec{G} : \vec{\nabla}\vec{u}\right)^{1/2}$, где L – турбулентная длина. По физическому смыслу L – это характерный размер основных вихрей. Например, для течения, ограниченного жесткими стенками, его можно оценить как $L=\alpha R$, где $\alpha \approx 0.1$ – эмпирическая константа, R – характерный размер течения.

1.4 Повышение точности расчета адвекции ALE-метода

В пакете программ SINARA используется ALE-метод [5]. Расчет шага разбивается на две фазы. На первой фазе решаются уравнения в переменных Лагранжа. При этом расчетная сетка деформируется

вместе с веществом. На второй фазе вычислений строится новая разностная сетка. Затем производится пересчет величин с полученной в первой фазе сетки на вновь построенную сетку.

Задачу о вычислении потоков на второй фазе вычислений можно разбить на два этапа: на этап построения интерполяционной функции и этап непосредственного вычисления потоков. Используется линейное распределение величин внутри ячейки. После вычисления поля градиентов включается механизм монотонизации [7], который подправляет градиенты там, где монотонность нарушена.

При пересчёте скоростей в качестве пересчитываемой функции берется импульс ячейки. Для того, чтобы вычислять импульс строилась дополнительная сетка: каждая ячейка разбивалась на четыре более мелкие ячейки.

1.5 ТЕСТИРОВАНИЕ КОДА

Тестирование было проведено на следующих задачах [3, 4].

- Тесты для уравнений газовой динамики и теплопроводности [8, 9]
- Вязкие несжимаемые течения.
    - Расчет конвекции воздуха в квадрате в поле сил тяжести. Получено совпадение температур, скоростей и плотностей на момент установления по пакетам CFX и SINARA.
    - Течение Пуайзеля – течение несжимаемой жидкости в цилиндрической трубе. Использовались граничные условия притока вещества и оттока вещества. Максимальное отклонение численного решения от аналитического решения составляет не более 0.1%.
- Тесты по турбулентности.
    - Плоский двумерный стационарный слой смешения. Использована Kε- модель. Результаты согласуются с данными экспериментов и расчетами по другим кодам.
    - Задача о течении по шероховатой трубе. Для расчета использовалась Lv -модель турбулентности. Расчёт проводился до выхода решения на стационарный режим. Результаты сравнивались с аналитическим решением.
- схема расчета адвекции.
    - Распад разрыва. Результаты для различных схем сравнивались с аналитическим решением.
    - Разлёт треугольной призмы в вакуум. Данная двумерная задача имеет точное решение.

2 ПРИМЕНЕНИЕ ПАКЕТА SINARA ДЛЯ ПРЯМОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ НЕУСТОЙЧИВОСТИ РИХТМАЙЕРА-МЕШКОВА

Необходимость изучения динамики границ раздела жидкостей возникает во многих физических приложениях: физике энергий высокой плотности (лазерный термоядерный синтез, физика взрыва и др.), астрофизике (некоторые задачи физики сверхновых звезд), физике атмосферы и океана. При этом часто такие течения оказываются неустойчивыми и любые начальные возмущения, имеющиеся на границе, со временем неограниченно растут. Неустойчивость Релея-Тейлора связана с ускорением, действующим ортогонально границе разноплотных жидкостей, и возникает, когда градиенты плотности и давления направлены в разные стороны от границы раздела. В случае импульсного ускорения, соответствующего прохождению ударной волны, граница раздела всегда неустойчива (неустойчивость Рихтмайера-Мешкова).

Большую роль в изучении гидродинамической неустойчивости играет численное моделирование. Одной из многих проблем, неизбежно возникающих при математическом моделировании физических систем, является доказательство достоверности таких расчетов. Для решения этой проблемы необходим тщательный анализ как численных моделей, так и экспериментальных данных.

На электромагнитной ударной трубе [11], созданной в РФЯЦ-ВНИИТФ, был выполнен ряд экспериментов. Изучаелось развитие начальных синусоидальных возмущений на границе инертных газов под воздействием замедляющейся ударной волны. Имеются экспериментальные данные развития

неустойчивости и турбулентного перемешивания на искусственно возмущенных границах разделов газов разной плотности.

Регистрация развития возмущений производилась с использованием скоростного фоторегистратора и высокоскоростной фоторегистрирующей установки в вариантах покадровой фотосъёмки и фоторегистратора, ведущих одновременную фотосъёмку явления. Погрешность измерения определялась, в основном, разрешающей способностью камер и составляла 0.5мм для фотохронографа и около 0.8мм для измерений посредством фотокамеры В эксперименте измерение амплитуды возмущений или ширины зоны возмущений производилось по внешним краям изображения возмущений контактной границы газов разной плотности.

Рассматривались два случая:

- случай 1, когда ударная волна проходит из легкого газа в тяжелый. В этом случае из-за ударной волны возникает неустойчивость Рихтмайера-Мешкова, а волна разгрузки создает гравитационно-устойчивое состояние границы;

- случай 2, когда ударная волна проходит из тяжелого вещества в легкое, тогда происходит наложение неустойчивостей Рихтмайера-Мешкова и Релея-Тейлора.

2.1 Постановка задачи

2.1.1 Конфигурация 1

Для исследуемой контактной границы газов замедляющаяся ударная волна проходит из тяжелого газа в легкий. Область I (рис.1) занята криптоном (Kr): показатель адиабаты γ=1.689, начальная плотность $\rho_0 = 3.36 \cdot 10^{-3}$ г/см^3. В области II - гелий (He), γ=1.63, ρ_0=1.6·10^{-4} г/см^3.

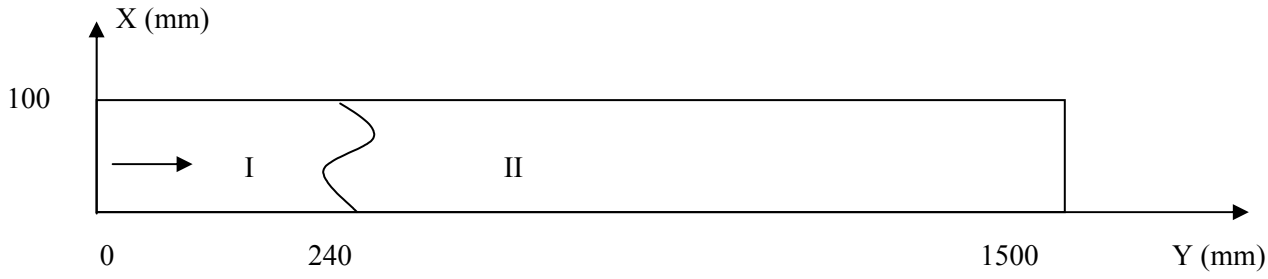

Рис.1. Постановка задачи для конфигурации 1.

Начальное давление во всей системе p_0=0.984 бар. Изначально газы покоятся.

Граничные условия: на левой границе (y=0) задана скорость $u=U_0\exp(-t/\tau)$ где U_0=0.948 мм/мкс, τ =153.56 мкс (значения взяты из одномерного расчета задачи, соответствующей постановке опыта).

Все остальные границы - жесткие стенки.

Контактная граница между областями I, II задана в виде $y=y_0 + a_0 \cos(2\pi x/\lambda)$, где y_0=240 мм, λ=50 мм, $x \in [0;100]$ мм. Для расчетов брались значения a_0 = 1мм, 2.5 мм.

2.1.2 Конфигурация 2

Ударная волна проходит из легкого газа в тяжелый. Схема расположения газов в ударной трубе представлена на рис.2.

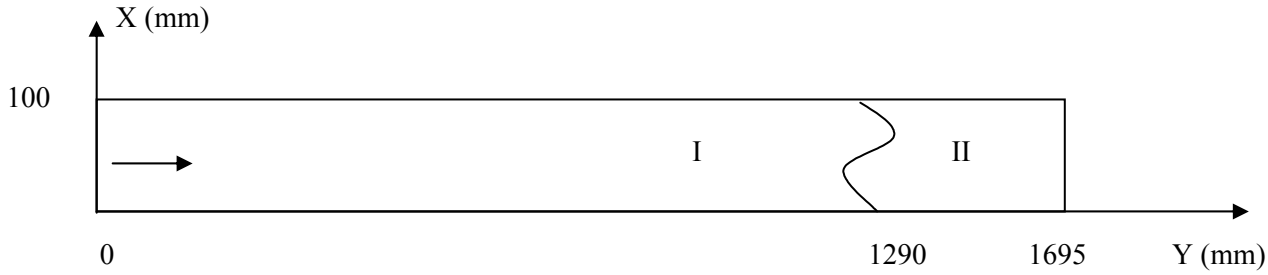

Рис.2. Постановка задачи для конфигурации 2.

В области I находится гелий (He): γ =1.665, начальная плотность $\rho_0 = 1.63 \cdot 10^{-4}$ г/см^3. В области II - ксенон (Xe), γ =1.667, $\rho_0 = 5.383 \cdot 10^{-3}$ г/см^3.

Начальное давление во всей системе p_0=0.976 бар. Начальная скорость u=0.

Граничные условия: на левой границе (y=0) задано давление P(t)

$$P(t) = \begin{cases} P_n, & 0 \le t \le t^* \\ P^* \exp(-2t/\tau)\sin^2(2\pi t/T), & t^* \le t \le T/2, \\ 0, & t \ge T/2 \end{cases}$$

где P_n=1.217 бар, P^*=123.3 бар, t^*=1.2 мкс, τ =97.4 мкс, T=75 мкс.
y=1695 мм, x=0 мм, x=100 мм - жесткие стенки.

Контактная граница между областями I, II задана в виде $y=y_0 + a_0 \cos(2\pi x/\lambda)$, где y_0=1290 мм, λ=50 мм, $x \in [0;100]$ мм. Для расчетов брались значения a_0= 1мм, 2.5мм, 7.5мм.

Во всех задачах рассчитывалась зависимость полной ширины зоны перемешивания $|y_{\max} - y_{\min}|$ от времени. За момент времени t=0 принимается момент прохождения ударной волной контактной границы газов.

2.2 О моделях расчета смесей.

В пакете SINARA реализовано несколько моделей расчета смесей. Каждая из моделей имеет свои преимущества и недостатки, каждая имеет ограниченную область применения. Все модели односкоростные.

В самой простой гомогенной модели используется предположение о равенстве плотностей и температур всех веществ, находящихся в смешанной ячейке разностной сетки. Каждое вещество имеет свою массовую долю. Все термодинамические функции (ТДФ) в ячейке вычисляются усреднением соответствующей функции каждого вещества по долям масс.

В гетерогенных моделях смеси каждое вещество в ячейке имеет индивидуальную плотность и температуру. Вычисление средних значений ТДФ в ячейке производится с использованием некоторых весовых функций, которые, в частности, зависят от долей объемов веществ. Построение таких моделей требует задания некоторого дополнительного условия. В качестве таких условий используются следующие предположения.

- Равная сжимаемость веществ смеси, что равносильно равенству дивергенций скоростей веществ.
- Равенство приращений давлений с механизмом выравнивания давлений веществ в ячейке.
- Динамическое равновесие веществ в смеси, то есть, равенство давлений.

Первые две модели не требуют дополнительного решения систем нелинейных уравнений.

Для более точного расчета контактных границ в дополнение к моделям расчета смешанных ячеек на контактных границах используются частицы-маркеры. Подход аналогичен подходу, впервые был примененому для ALE-метода в [12].

2.3 Расчет развития зоны возмущения, случай 1

Расчеты проводились для двух амплитуд начального возмущения a_0 =1мм и 2.5мм. Для каждой амплитуды расчеты проводились для различного числа интервалов (см. рис.3 и таблицу 1):

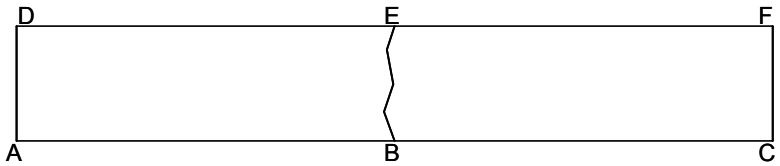

Рис.3. Разбиение системы на подобласти.

Таблица 1. Число интервалов в подобластях для трех вариантов расчетов.

отрезок / № сетки	AD	AB	BC
1	80	120	230
2	200	205	300
3	300	315	450

На рис.4а и 4б приведено развитие ширины зоны возмущения от времени, полученные в эксперименте и численных расчетах для начальных амплитуд возмущения a_0=1 мм и a_0=2.5 мм. На рис.5 приведены формы границы раздела на конечные моменты времени.

2.4 РАСЧЕТ РАЗВИТИЯ ЗОНЫ ВОЗМУЩЕНИЯ, КОНФИГУРАЦИИ 2

Расчеты проводились для трех амплитуд начального возмущения a_0=1мм, 2.5мм и 7.5мм (расчеты 2.1, 2.2 и 2.3 соответственно). Для каждой амплитуды расчет проводились для различного числа интервалов (см. рис.3 и таблицу 1).

На рис.6 приведены результаты эксперимента и численного расчета в виде графиков зависимости относительной амплитуды a/a_0^+ границы раздела газов от времени для a_0=1мм, 2.5мм и 7.5мм (время прихода ударной волны на возмущенную границу вычиталось). На рис.7 приведены профили возмущенной границы на начало счета и на момент окончания счета (*t=448* мкс). На рис.8 приведены аналогичные результаты для a_0=2.5мм (момент окончания счета 346 мкс) и на рис.9 - для a_0=7.5мм (момент окончания счета 356 мкс).

2.5 ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ РАСЧЕТОВ ДЛЯ КОНФИГУРАЦИИ 1

Представленные на рис.4 результаты расчетов задачи для опытов с λ=50мм и a_0=1 и 2.5 мм в целом неплохо согласуются с экспериментальными результатами. Можно считать, что линейная стадия имеет место до *t*=130 мкс для λ=50 мм; при этом наблюдается согласие результатов опыта, расчетов и линейной теории.

Перейдем теперь к обсуждению полученного ранее по обработке экспериментальных данных значения постоянной перемешивания α.

Процесс перехода к турбулентной стадии зависит от конкретных условий проведения опытов, однако предельная стадия турбулентного перемешивания не должна зависеть от начальных условий. Реализовать в эксперименте асимптотическую стадию перемешивания в силу конечного размера установки и кратковременного действия ускорения практически невозможно. Будем предполагать, что в описываемых опытах переход к турбулентной стадии произошел и результаты опытов можно анализировать исходя из зависимости [13] для описания реального размера зоны перемешивания $\mathcal{L}$

$$\sqrt{\mathcal{L}} = \sqrt{L_0} + \sqrt{L}\ ,$$

где L_0 - ширина начальной турбулизованной зоны, L - автомодельная ширина зоны перемешивания (не зависящая от начальных условий), которая имеет вид $L = \alpha A 2S$. Здесь $A = (\rho_1 - \rho_2)/(\rho_1 + \rho_2)$ - число Атвуда (ρ_1, ρ_2 - плотности граничащих газов), S – путь торможения, который определяется как $S = \Delta U t - \Delta\mathcal{L}$, где ΔU – приращение скорости контактной границы (КГ) газов после прохождения ударной волны (УВ), t – время относительно выхода УВ на КГ, $\Delta\mathcal{L}$ - расстояние, пройденное КГ относительно начального положения.

Следует отметить, что указанные формулы справедливы только для асимптотической стадии гравитационного перемешивания, характеризующейся хаотичностью течения. Однако на фотографиях зоны перемешивания и в расчетах даже на последние моменты времени наблюдаются четко выраженные и еще не разрушающиеся грибообразные структуры тяжелого газа, число которых остается неизменным, т.е. начальная геометрия возмущения еще не забылась.

Для описания процесса гравитационного турбулентного перемешивания находится коэффициент $d\sqrt{\mathcal{L}}/d(\sqrt{2S}) = \sqrt{\alpha A}$. В предположении о линейной зависимости $\sqrt{\mathcal{L}}$ от $\sqrt{2S}$ при использовании метода наименьших квадратов при S>10мм (t>150 мкс) в целом для всех экспериментов получается α=0.32, не зависящее от начальной амплитуды..

Формальный перерасчет значения α, произведенный путем принятия в расчет значений опытов только при t>380 мкс (S>63 мм), дает среднее значение $\alpha \approx 0.26$. Таким образом, удаление из

обработки интервала времени (150мкс, 380мкс), соответствующего нелинейной стадии, дает уменьшение среднего значения α, которое имеет смысл постоянного параметра только для турбулентной стадии.

На рис.10 приведены экспериментальные и расчетные результаты случая a_0=1 мм и λ=50 мм в координатах $\sqrt{E}, \sqrt{2S}$. Расчетное значение параметра α будет еще медленно убывать со временем и формально не выходит еще на постоянное значение.

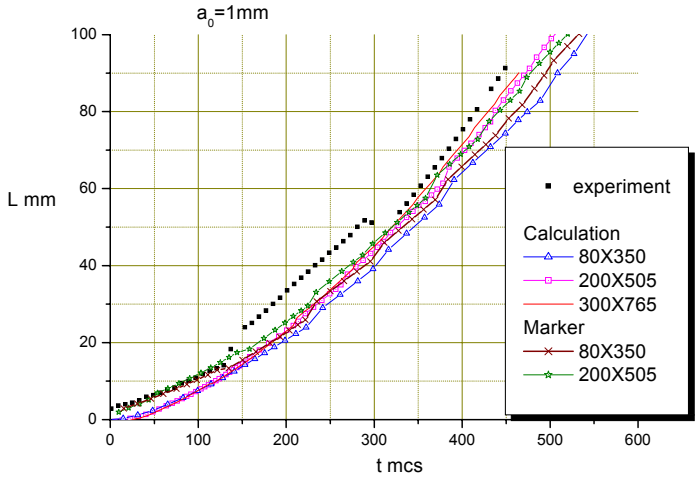

Рис.4а. Конфигурация 1. Развитие ширины зоны возмущения от времени (a_0=1 мм).

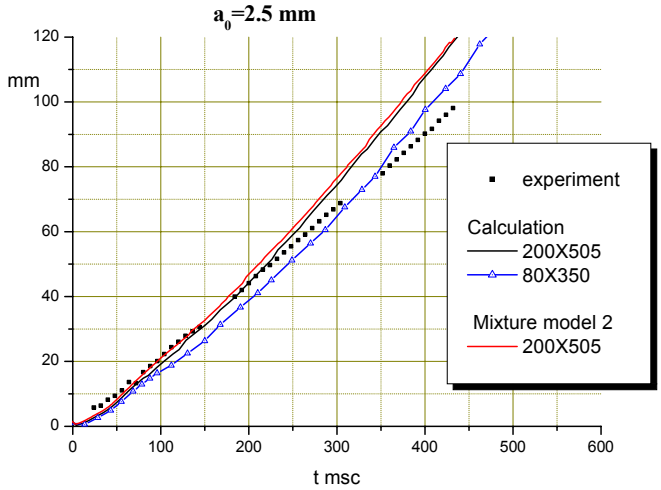

Рис.4б. Конфигурация 1. Развитие ширины зоны возмущения от времени (a_0=2.5 мм)

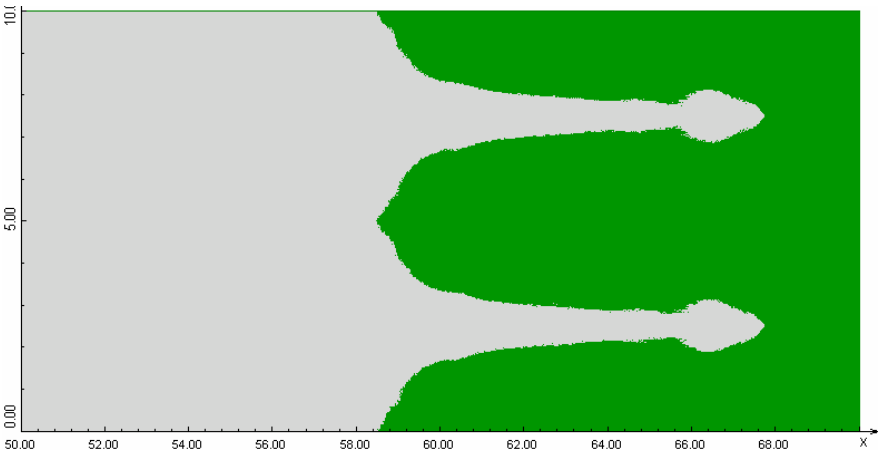

Рис.5а. Конфигурация 1. a_0=1мм.. Форма границы газов на момент времени t = 694 мкс.

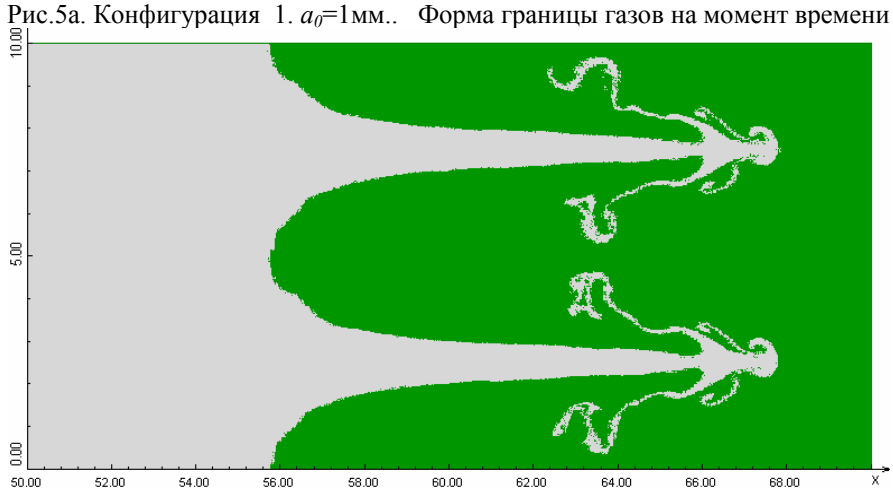

Рис.5б. Конфигурация 1, a_0=2.5мм. Форма границы газов на момент времени t = 663 мкс..

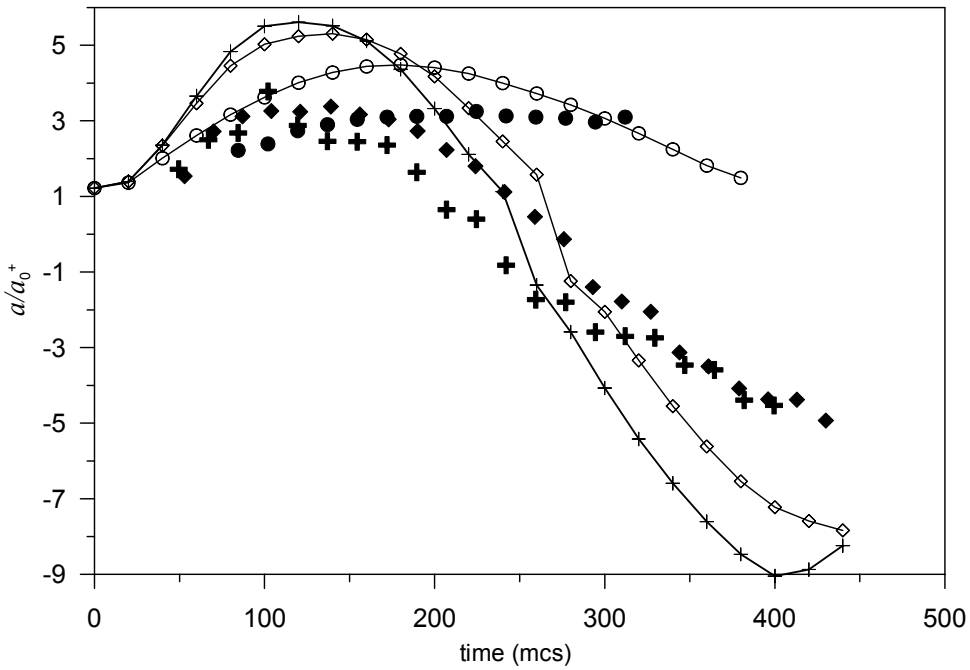

Рис.6. Зависимость относительной амплитуды возмущения $a(t)/a_0$ от времени: a_0= 1мм: ✚ - эксперимент, + - расчет. a_0= 2.5мм: ◆- эксперимент, ◇ - расчет. a_0= 7.5мм: ● – эксперимент, ○ – расчет.

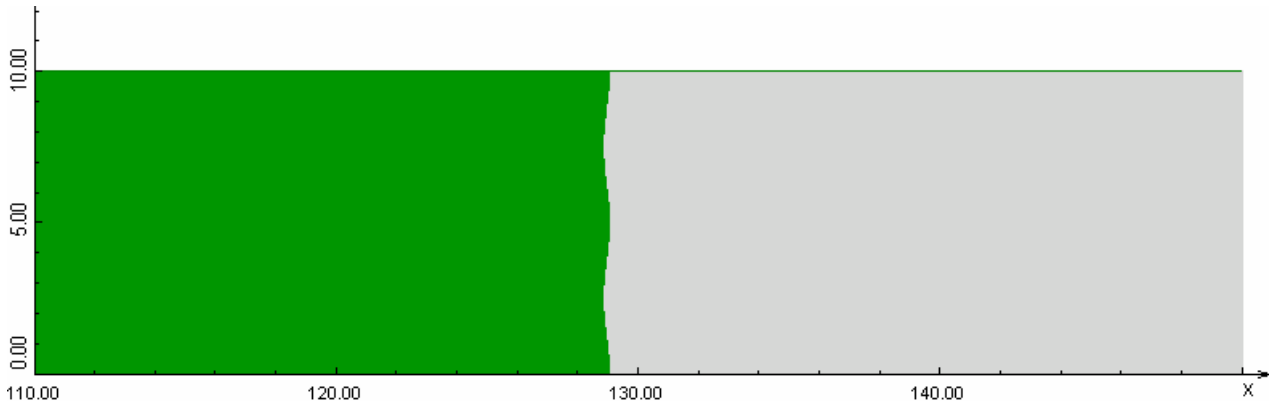

Рис.7а. Конфигурация 2, a_0=1мм.. Форма границы газов на на начальный момент времени.

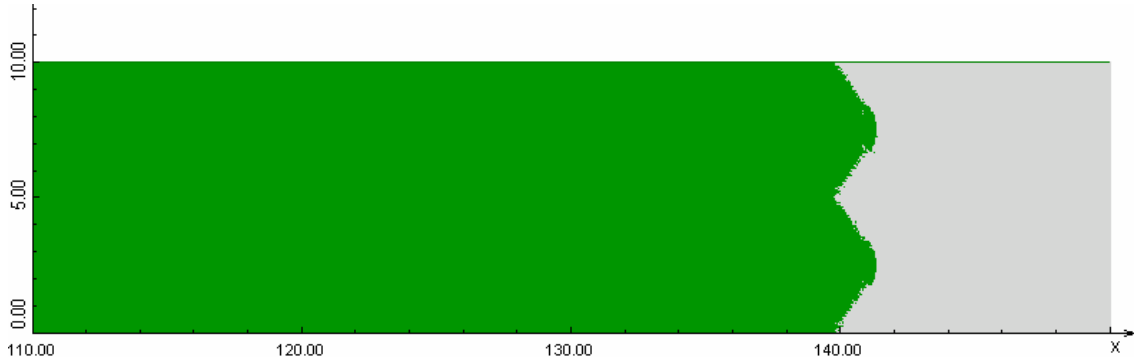

Рис7б. Форма границы газов на момент времени t = 448 мкс.

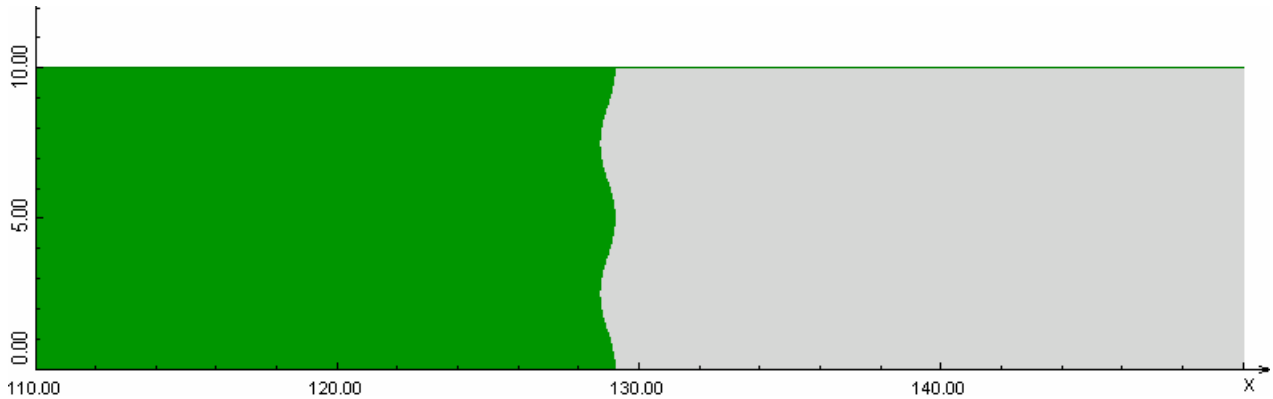

Рис.8а. Конфигурация 2 a_0=2.5 мм.. Форма границы газов на на начальный момент времени.

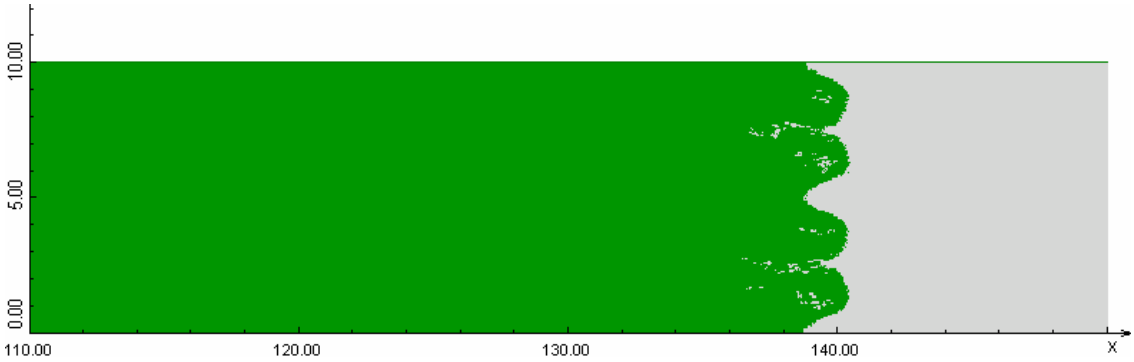

Рис.8б. Форма границы газов на момент времени t = 346 мкс.

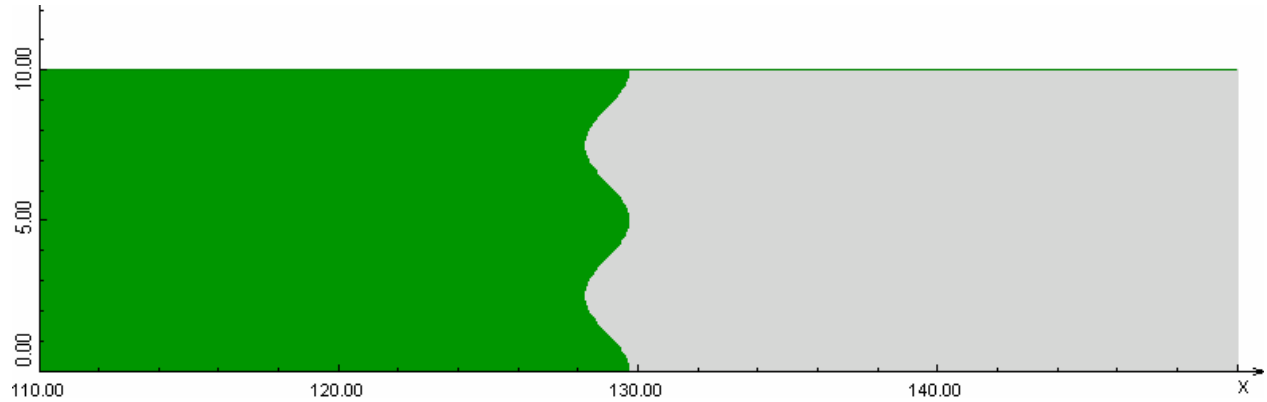

Рис.9а. Конфигурация 2 a_0=7.5 мм.. Форма границы газов на на начальный момент времени.

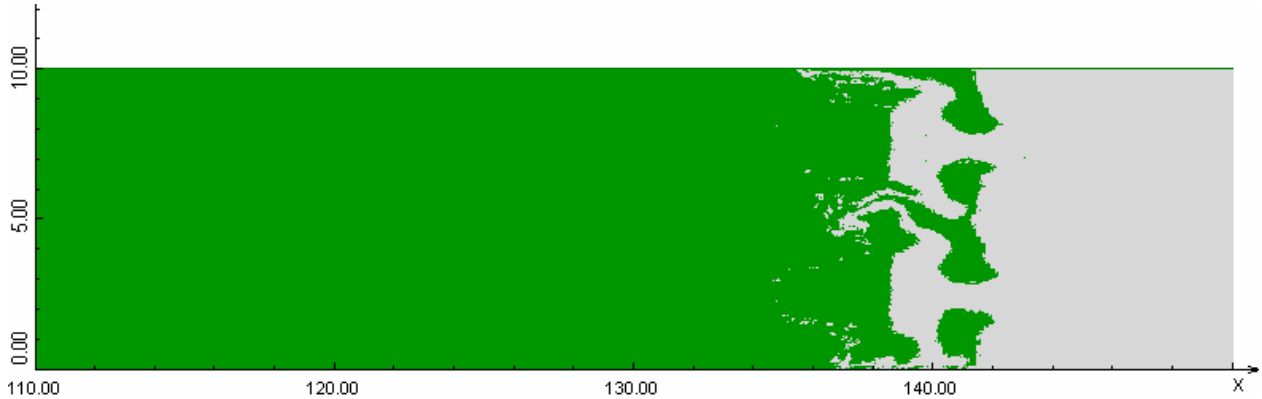

Рис.9б. Форма границы газов на момент времени t = 356мкс.

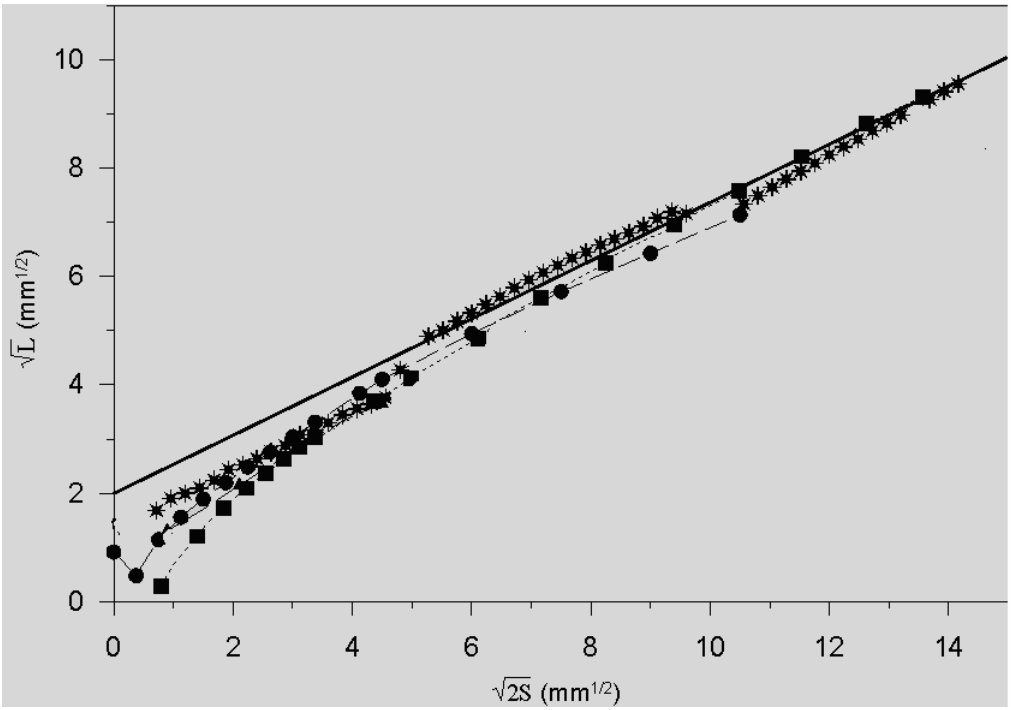

Рис. 10. Зависимость $\sqrt{L}$ от $\sqrt{2S}$ для случая a_0 =1мм, λ =50мм: * - результаты эксперимента, — осреднение результатов эксперимента, • - расчет по вихревому методу, ■ - расчет SINARA.

БИБЛИОГРАФИЯ

1. Гаджиев А.Д., Гаджиева В.В., Кузьмин С.Ю., Лебедев С.Н. и др. Пакет программ SINARA математического моделирования динамики аварийных процессов в ядерных энергетических установках атомных электростанций на быстрых нейтронах. ВАНТ, Сер: Математическое моделирование физических процессов, 2000, в.3, с. 25-35.

2. Гаджиева В.В., Лебедев С.Н. и др. Пакет программ SINARA для математического моделирования динамики аварийных процессов в ядерных энергетических установках атомных электростанций на быстрых нейтронах. Моделирование аварийных ситуаций. Препринт Российского Федерального Ядерного Центра - ВНИИТФ № 127, 1998.

3. Расчеты температурных режимов экспериментальной установки ATLAS. Годовой отчет по проекту МНТЦ № 2134, 2003.

4. Расчеты температурных режимов экспериментальной установки ATLAS. Годовой отчет по проекту МНТЦ № 2134, 2004.

5. Hirt C.W., Amsden A.A. and Cook I.L., An Arbitrary Lagrangian-Eulerian Method for All Flow Speeds, J. Comp. Phys., 14, 227-253, 1974, p.277.

6. Гаджиев А.Д., Кузьмин С.Ю., Лебедев С.Н., Писарев В.Н., Шестаков А.А. Неявные конечно - разностные методы решения двумерных уравнений математической физики, основанные на аппроксимации “ромбического” типа и их применение при математическом моделировании механики сплошной среды и кинетических процессов. Тезисы докладов совместной математической конференции ядерных центров России и США, Снежинск, 1996, с.58-59.

7. John K. Dukowicz, John R. Baumgardner. Incremental Remapping as a Transport/Advection Algorithm. J. Comput. Phys. 160, 318-335 (2000).

8. Ю.А.Бондаренко, Б.Л.Воронин, В.И.Делов и др. Описание системы тестов для двумерных газодинамических методик и программ. Вопросы атомной науки и техники. Сер. Математическое моделирование физических процессов, 1991, вып. 2, стр 3-14.

9. Ю.А.Бондаренко, Б.Л.Воронин, В.В.Горев и др. Описание набора тестов для методик и программ, предназначенных для решения двумерных задач теплопроводности. Вопросы атомной науки и техники. Сер. Математическое моделирование физических процессов, 1992, вып. 2, стр 14-20.

10. AEA Technology Engineering Software Site. CFX.

11. Василенко А.М., Буряков О.В, Куропатенко В.Ф. и др. Экспериментальное исследование гравитационной неустойчивости и турбулизации течения на границе раздела благородных газов // Экспериментальное исследование гравитационной неустойчивости и турбулентного перемешивания стратифицированных потоков в пле ускорения в связи с задачами инерциального термоядерного синтеза. Москва, 1990. Препринт ФИАН, № 56, с.32-51.

12. Анучина Н.Н., Волков В.И., Еськов Н.С. Численный метод расчета контактных границ с большими деформациями. Международная конференция. 5 Забабахинские научные чтения. Снежинск 1998 .

13. Неуважаев В.Е., Яковлев В.Г. О перемешивании поверхности, замедляемой стационарными ударными волнами. ПМТФ, 1981, №2, с.85-90.