Формы аппроксимирования переноса излучения

Томас А. Браннер

Совместная российско-американская конференция пяти лабораторий по вычислительной математике и физике

19-23 июня 2005 г.

Вена, Австрия

Сандия является многопрофильной лабораторией, которая управляется Корпорацией «Сандия», принадлежащей компании «Локхид Мартин», для Администрации по национальной ядерной безопасности Минэнергетики США в рамках контракта DE-AC04-94AL85000

National Nuclear Security Administration

Sandia National Laboratories

Аппроксимация диффузии

- Тэйлоровское разложение интенсивности в углах

$$I = \frac{c}{4\pi}E + \frac{3}{4\pi}\mathbf{\Omega}\cdot\mathbf{F} \qquad \mathbf{F} = -\frac{c}{3\sigma_t}\nabla E$$

- Быстрые, надежные и точные численные решения
- Поток может быть больше плотности энергии
  - Упаковано больше движения, чем существует самого движения
- Ограниченная потоком диффузия повышает устойчивость расчета
  - Ограничивает поток, чтобы он не превышал плотность энергии
  - Много различных ограничителей потока

Sandia National Laboratories

Сферические гармоники (PN)

- Более подробное разложение интенсивности в углах, чем с помощью диффузионного метода

$$I(\mathbf{r}, \mathbf{\Omega}, \varepsilon, t) = \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^{l} E_l^m(\mathbf{r}, \varepsilon, t) Y_l^m(\mathbf{\Omega})$$

- Эквивалентно использованию дискретных ординат в одном измерении
- Не так широко используется
  - Имеются недостатки, которые недостаточно изучены
  - Применяются хорошие, но, вероятно, далеко не лучшие алгоритмы

Sandia National Laboratories

Дискретные ординаты (SN)

- Интенсивность принимается как сумма дельта-функций
- Частицы двигаются только в определенных направлениях
  - Направлений не так много, как в уравнении переноса, для которого характерно бесконечное множество направлений
- Метод хорошо изучен
  - Известны недостатки, предприняты попытки их устранения
  - Применяется ряд быстродействующих, эффективных алгоритмов

Sandia National Laboratories

Метод Монте-Карло

- НЕ является аппроксимацией уравнения переноса
- Выстраивает среднее решение путем моделирования большого количества индивидуальных частиц
- Способен легко моделировать все необходимые физические явления и процессы
- Большой объем машинного времени и памяти для вычислений
- Способен в любой момент вычислить примерную погрешность
  - Для получения более точного ответа на линейную задачу можно обсчитать большее количество частиц, но погрешность в этом случае будет равна

$$\mathrm{Error} = \alpha \frac{1}{\sqrt{N}}$$

Sandia National Laboratories

Линейный источник

- **Импульсный изотропический линейный источник при *t=0* в вакууме**
- **Аналитическое решение уравнения переноса**

$$E_{\text{transport}} = \frac{E_0}{2\pi} \frac{\mathrm{h}(ct - r)}{ct\sqrt{c^2t^2 - r^2}}$$

- **Аналитическое решение PN содержит отрицательные члены**

$$E_{P_N} = \frac{E_0}{\pi} \sum_{\lambda_i \geq 0} r_i l_i \left[\frac{\delta(r - \lambda_i t)}{\sqrt{\lambda_i^2 t^2 - r^2}} - \frac{\lambda_i t\, \mathrm{h}(\lambda_i t - r)}{(\lambda_i^2 t^2 - r^2)^{3/2}} \right]$$

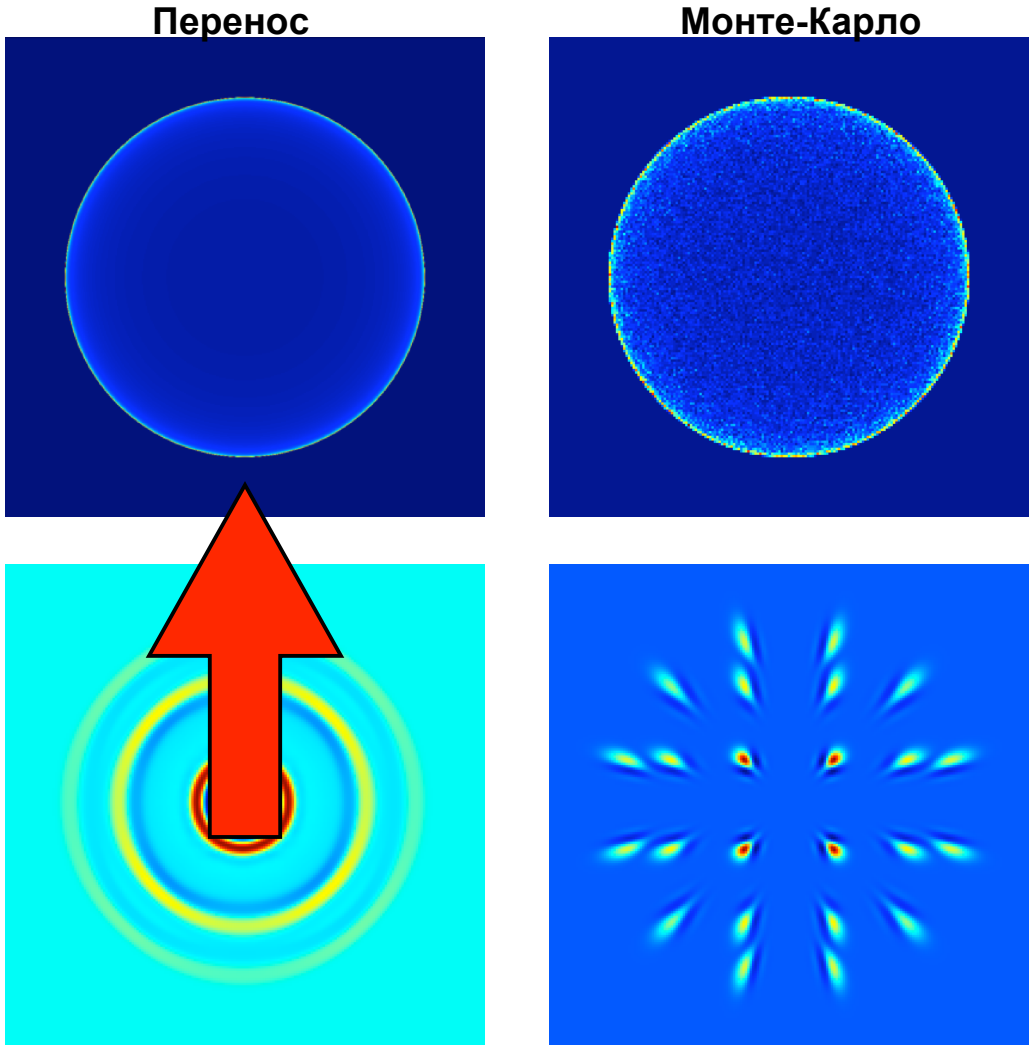
- **Аналитическое решение SN является функцией от *x* и *y***

$$E_{S_N} = E_0 \sum_i w_i \delta(\|\mathbf{x} - ct\mathbf{\Omega}_i\|)$$

- **Проверка фундаментальных свойств аппроксимаций**

Sandia National Laboratories

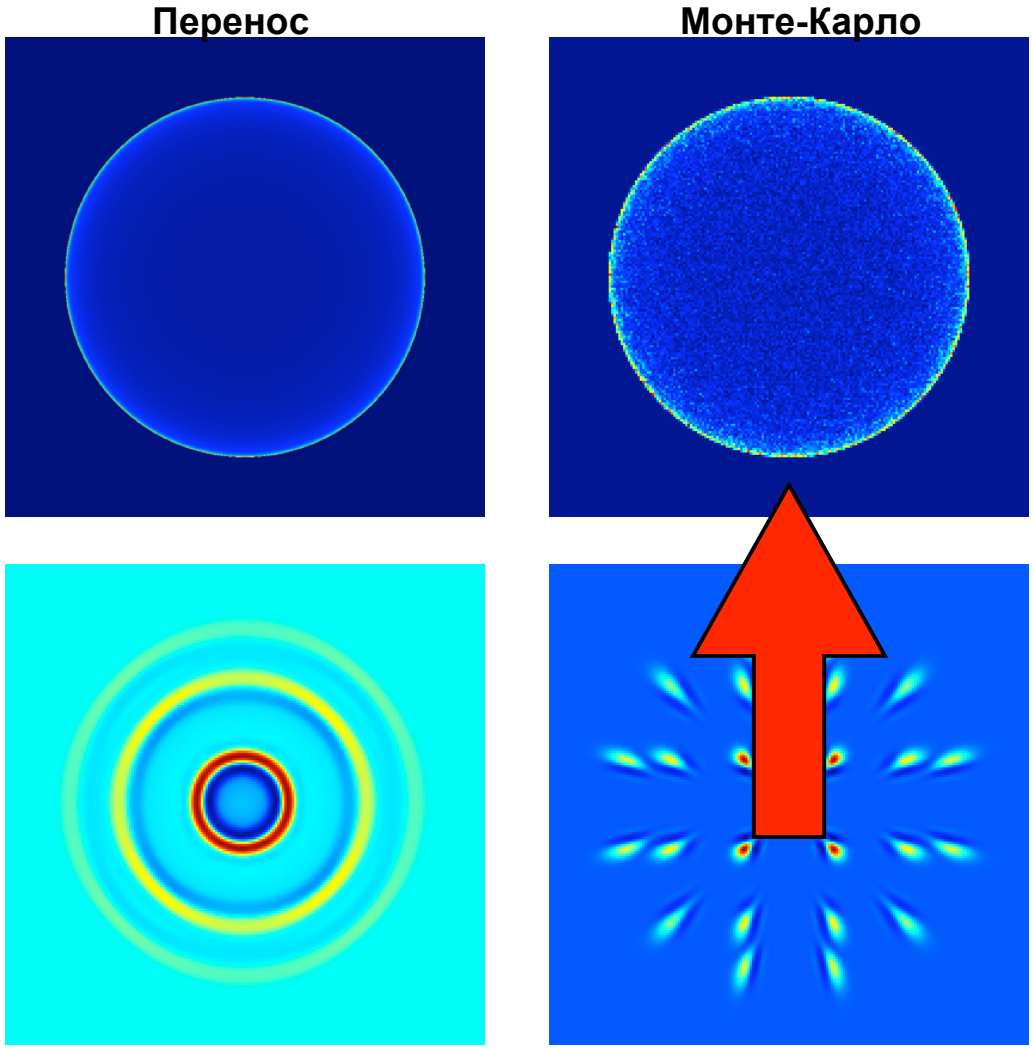
Решение уравнения переноса



- Гладкая внутренняя область
- Ярко выраженная разрывность
- Частицы ограничены скоростью света

Sandia National Laboratories

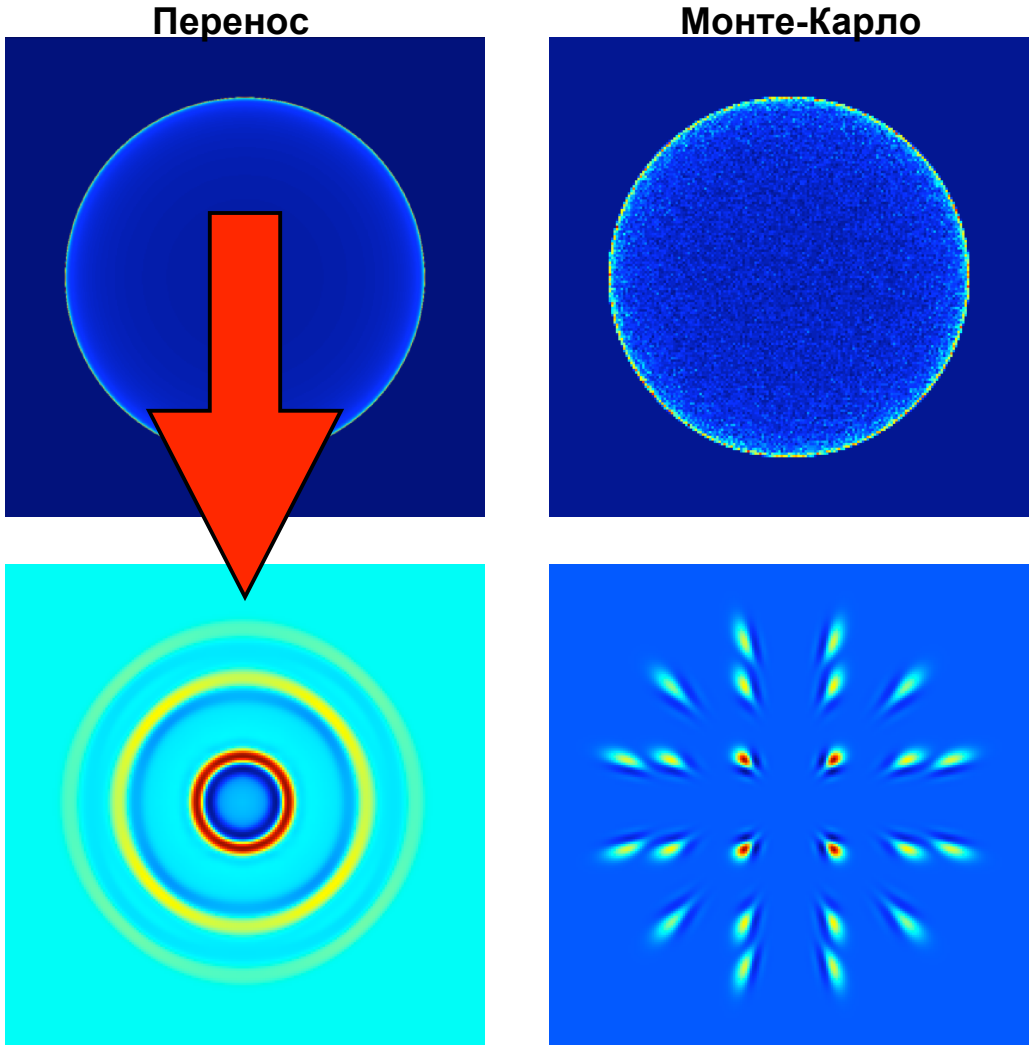
Метод Монте-Карло



- С помехами (шумами)
- Распространение разрывности
- Частицы ограничены скоростью света

Sandia National Laboratories

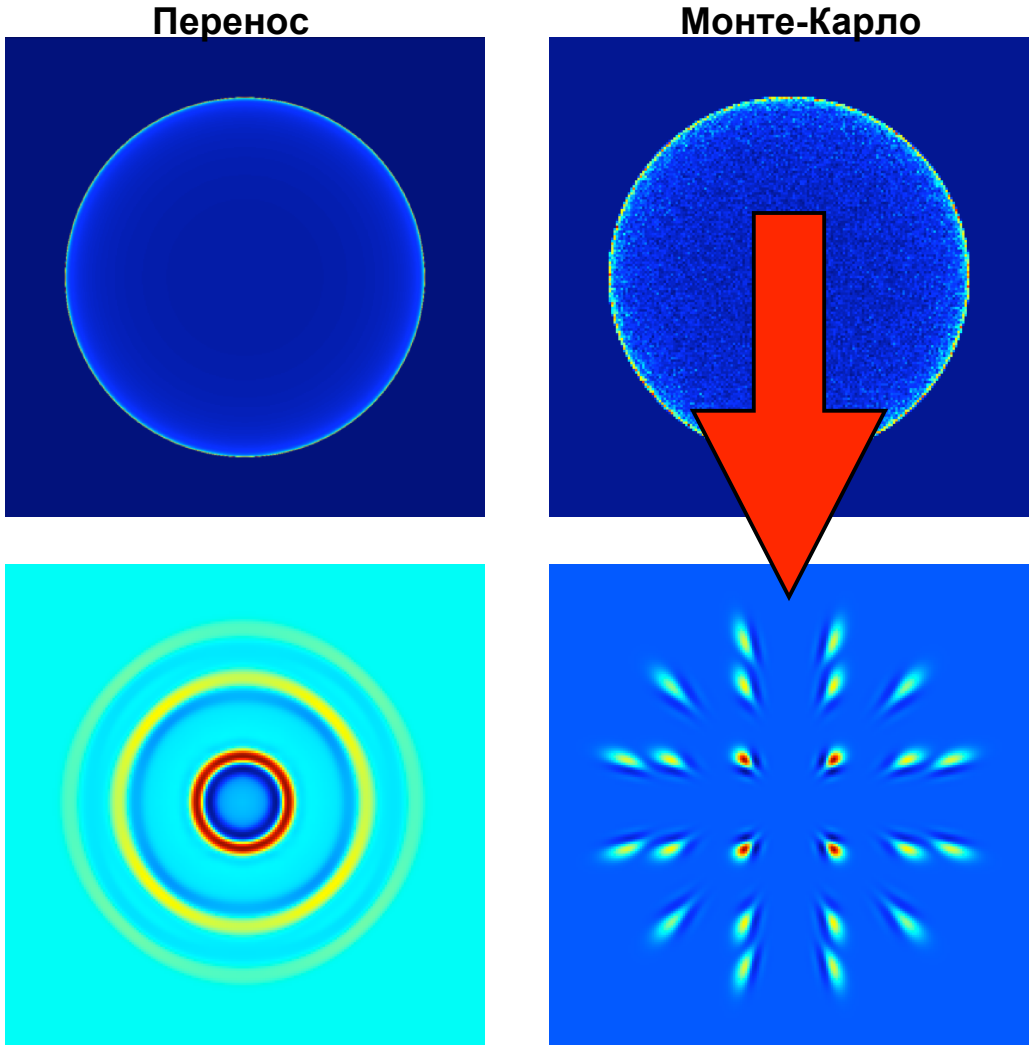
Сферические гармоники (P5)



- Движение частиц в трех волнах
- За волнами лежат области отрицательных значений
- Инвариантный метод относительно вращения
- Частицы ограничены скоростью света
- ОШИБОЧНЫЙ МЕТОД—плохо моделирует реальность для данной задачи

Sandia National Laboratories

Дискретные ординаты (S6)



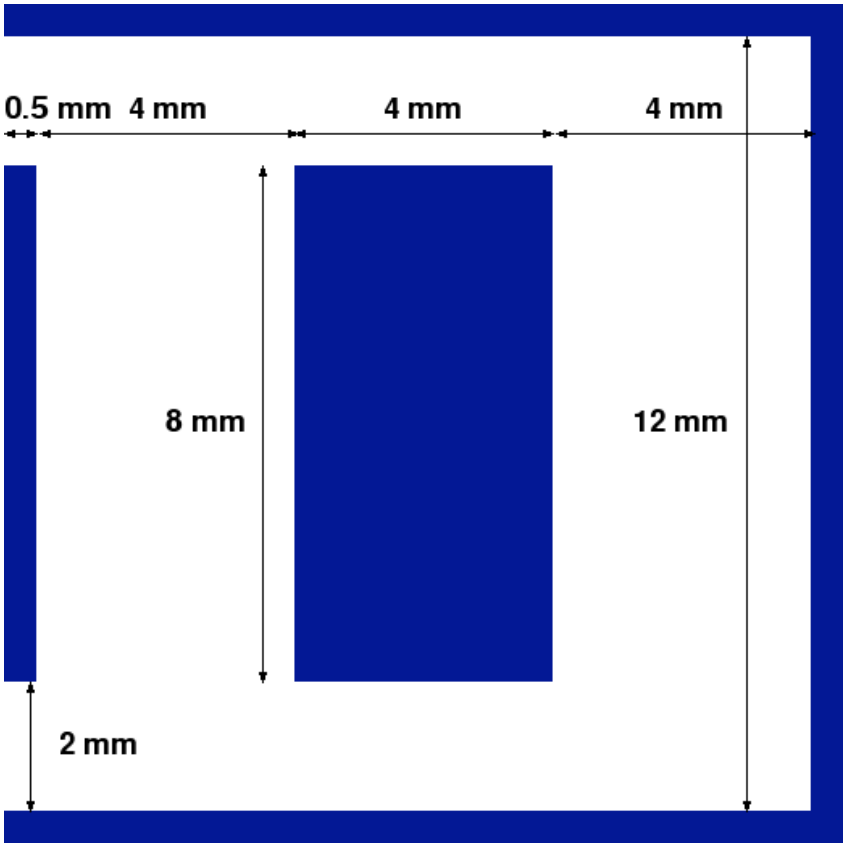
- Движение частиц по лучам
- Неотрицательные области
- Частицы ограничены скоростью света
- ОШИБОЧНЫЙ МЕТОД—плохо моделирует реальность для данной задачи

Sandia National Laboratories

Задача хольраума

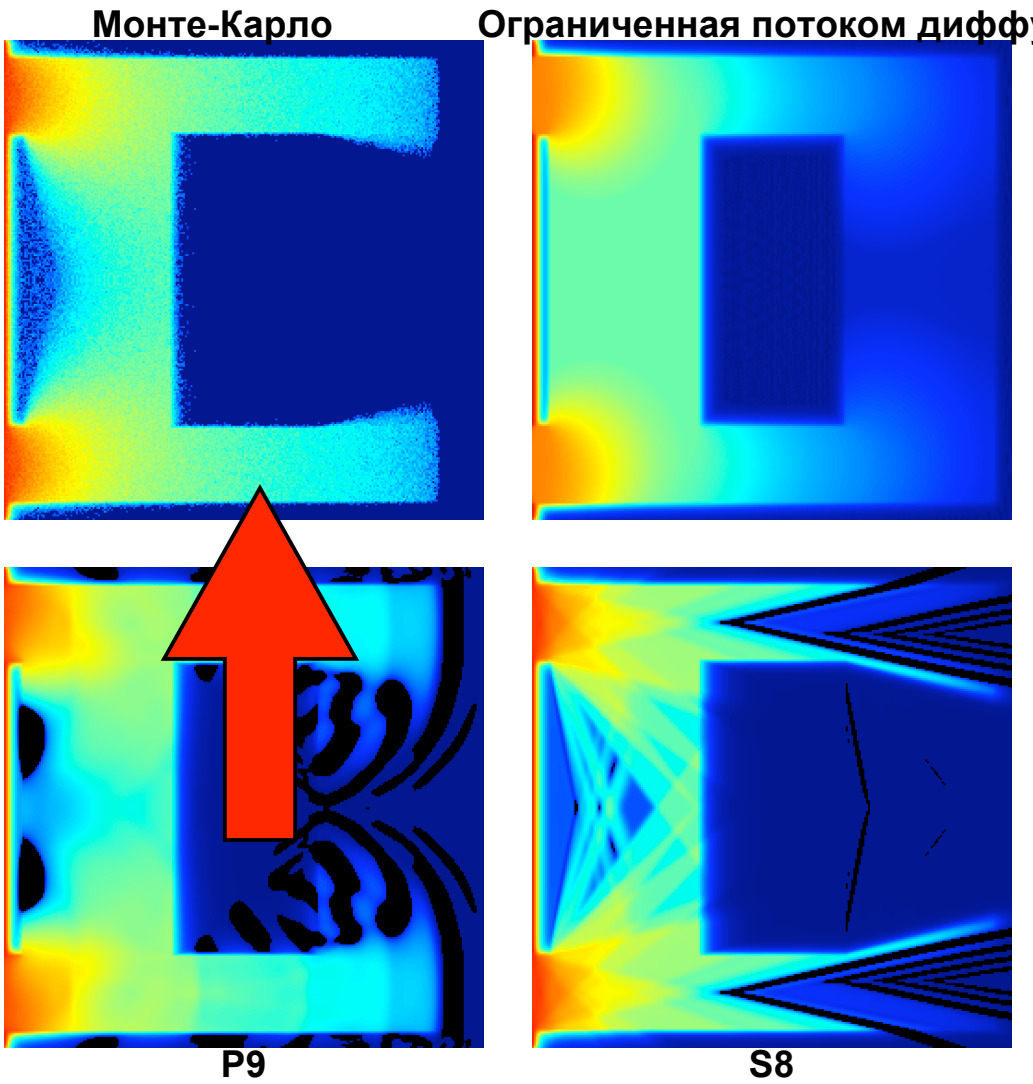
Проверка решения задачи переноса излучения в системе с вакуумом, нагреванием материала и повторной эмиссией.

- Декартов хольраум в общих чертах соответствует капсуле ИТС
- Поглощение=100/см показано синим цветом
- Белый цвет соответствует вакууму
- Первоначальная температура 300K
- С левой стороны - граничное условие источника, температура 3.5e6K
- Карта распределения цвета пропорциональна распределению температуры излучения



Sandia National Laboratories

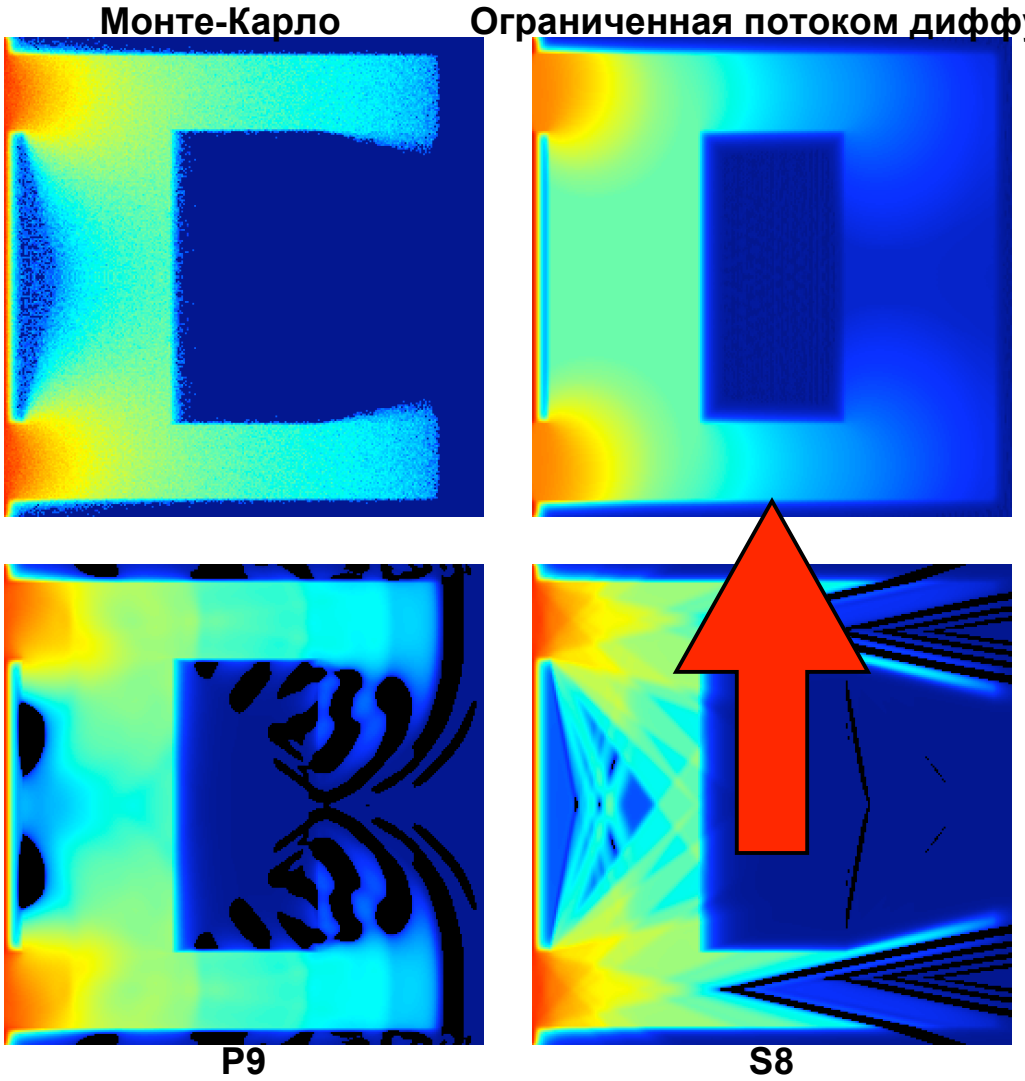
Метод Монте-Карло



- Фотоны успевают достичь задней стенки
- Тень за экраном слева
- Некоторый шум в температуре излучения (показан)
- Температура материала (не показана) имеет более гладкий характер

Sandia National Laboratories

Ограниченная потоком диффузия

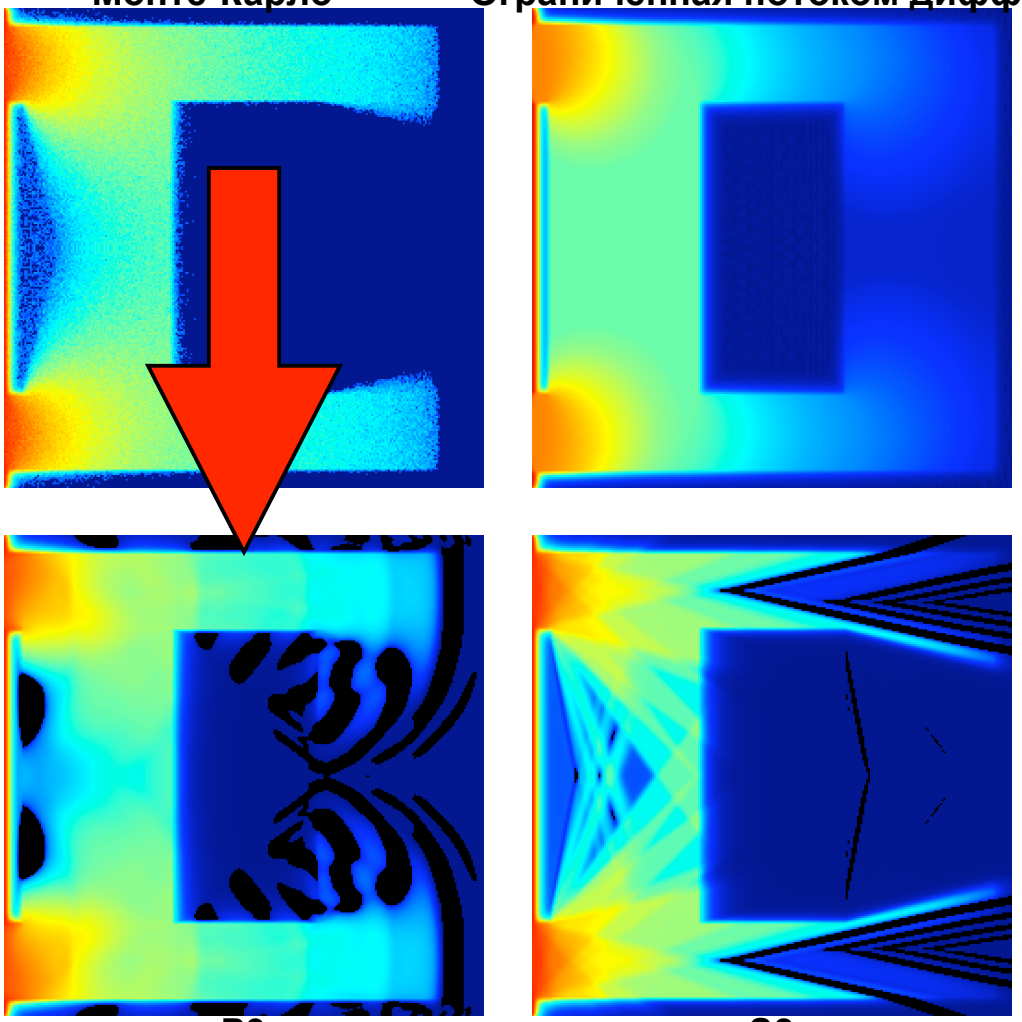


- Фотоны присутствуют везде, даже там, где им не следует быть
- За экраном нет тени
- Слишком однородный характер

Sandia National Laboratories

Сферические гармоники (P9)

Монте-Карло | Ограниченная потоком диффузия

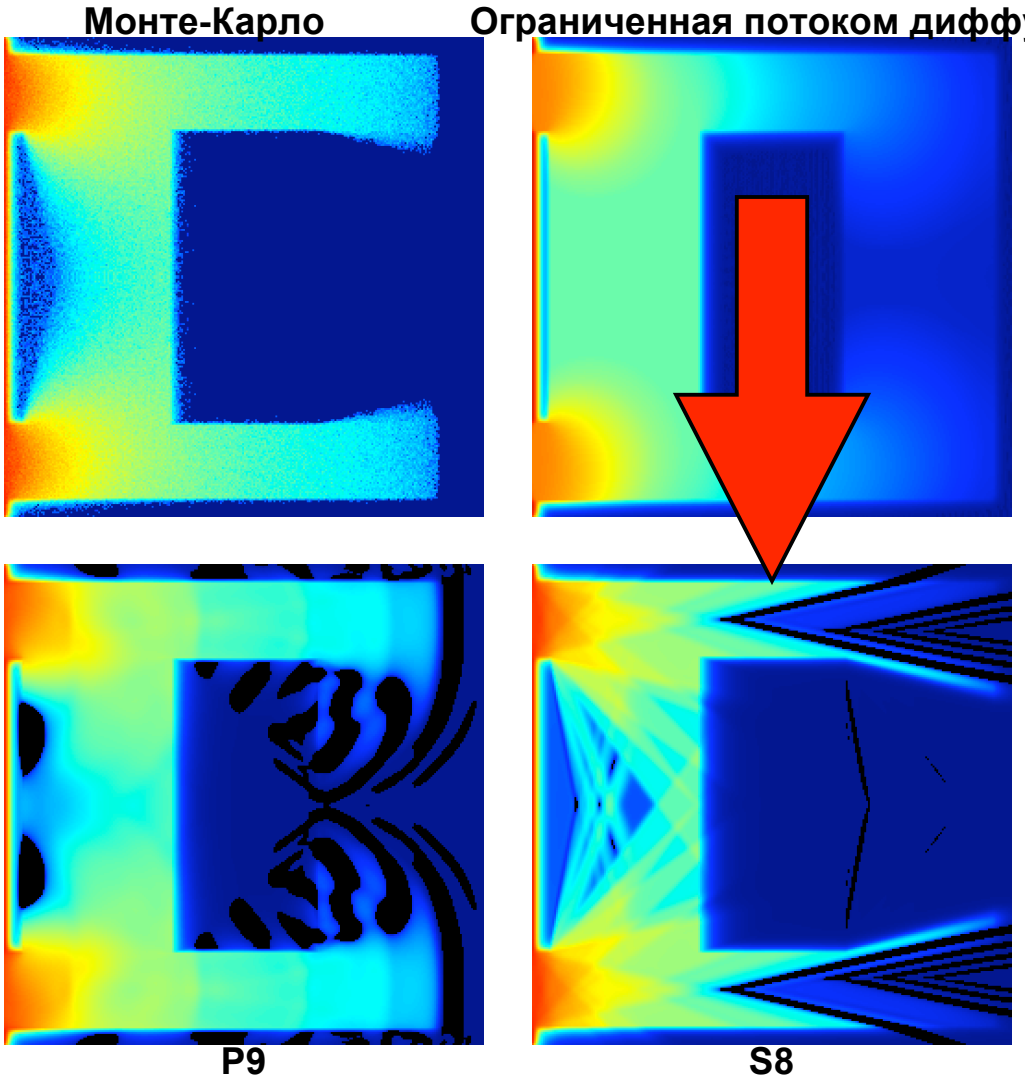


P9 | S8

- Волновые эффекты слева от экрана и капсулы
- Слишком много частиц «заходят» за угол
- «Скомпенсированные» отрицательные области (черные)

Sandia National Laboratories

Дискретные ординаты (S8)



- Лучевые эффекты доминируют и остаются при увеличении длительности счета. Волновые эффекты в PN имеют тенденцию исчезать.
- Решения, подобные балочным, создают горячие точки в материале.

Sandia National Laboratories

Выводы

- Результаты, получаемые методом Монте-Карло, выглядят наилучшим образом. Теория и численные методы хорошо изучены.
- Метод ограниченной потоком диффузии занимает второе место, особенно с учетом времени счета. Теория и численные методы хорошо изучены.
- Метод сферических гармоник (PN) подвержен влиянию волновых эффектов, которые имеют тенденцию исчезать при более длинных временах счета. Не очень распространенный и не очень хорошо изученный метод.
- Метод дискретных ординат (SN) подвержен влиянию лучевых эффектов, которые могут проявляться даже в стационарном состоянии. На разработку данной аппроксимации потрачено много усилий, поэтому ее недостатки хорошо известны.

Sandia National Laboratories