

Явная поправка на движение вещества в переносе излучения

Дэвид Б. Каррингтон и Скотт А. Тёрнер
Конференция пяти лабораторий
19-24 июня 2005 г.
Вена, Австрия

Пакет программ Zathras по проблеме переноса излучения

- Неравновесный перенос излучения
- $P_1, P_{1/3}$ или диффузия с ограниченным потоком
- Расщепляющийся оператор – 1^{го} порядка (O) по **времени** (2^{го} порядка вскоре) и 2^{го} порядка (O) **по пространственным координатам**
 - Неявные плотность и поток энергии
 - Явное обыкновенное дифференциальное уравнение для температуры вещества
- Неструктурированные адаптивные (AMR) сетки в сферических, цилиндрических и декартовых координатах
- Массивно параллельное вычисление с использованием пакета MPI
- Решатель/предварительное условие – CG&GMRES/SSOR, 2-Level, Block Jacobi, LAMG, VOXMG
- Поправки порядка (v/c) на движение вещества
- Многогрупповое приближение (в конечном счёте)
- Объектно-ориентированный Фортран 90/Фортран 95

Дифференциальные уравнения

- Плотность энергии – в лабораторной системе координат, но слагаемые, относящиеся к веществу, в сопутствующей системе
- Поток ($\eta = 0, 1/3$ или 1)
- Поток (в лагранжевых координатах)
- Температура вещества
- Линеаризация

$$\frac{1}{c} \frac{\partial E}{\partial t} + \frac{1}{c} \nabla \cdot \vec{F} = \sigma_a [aT_r^4 - E] - \frac{\sigma_t}{c^2} \vec{v} \cdot \vec{F}_o$$

$$\frac{\eta}{c} \frac{\vec{F}^{n+1} - \vec{F}^n}{dt} + \frac{c}{3} \vec{\nabla} E^l = \sigma_t^l \vec{F}_o^l$$

$$\vec{F}_o^{n+1} = -\omega D_i^n n \cdot \nabla E^{n+1} + (1 - \omega) \vec{F}_o^n$$

$$C_v \frac{\partial T}{\partial t} = Q - c \sigma_a \left(aT^4 - E + 2 \frac{\vec{v} \cdot \vec{F}_o}{c^2} \right)$$

$$T^4 = T^{*3} (4T^{n+1} - 3T^*)$$

Результирующие линеаризованные уравнения

- Плотность энергии

$$\frac{1}{c} \frac{\partial E}{\partial t} + \frac{1}{c} \nabla \square D \nabla \frac{E}{3} = \sigma_a \left[a T_e^{*3} (4 T_e^{n+1} - 3 T_e^*) - E \right] + 2 \sigma_a \frac{\bar{v}}{c^2} \square \bar{F}_o - \sigma_t \frac{\bar{v}}{c^2} \square \bar{F}_o$$

- Поток в эйлеровой системе координат

$$\bar{F} = \bar{F}_o + \frac{4}{3} \bar{v} E_{face}$$

- Температура вещества

$$C_v \frac{\partial T}{\partial t} = Q - c \sigma_a \left(a T_e^{*3} (4 T_e^{n+1} - 3 T_e^*) - E^{n+1} + 2 \frac{\bar{v} \square \bar{F}_o}{c^2} \right)$$

Изменение импульса вещества при поглощении фотона

- Изменение импульса вещества в результате его взаимодействия с фотонами даётся формулой:

$$d(m\vec{v}) = vdm + m dv = m dv = m(v^{n+1} - v^n)$$

- Для материала с постоянной плотностью это равно

$$d(m\vec{v}) = m(\vec{v}^{n+1} - \vec{v}^n) = m\vec{a}dt$$

- Здесь

$$m\vec{a}dt = Vol \frac{\sigma_t \vec{F}^{n+1}}{c} dt$$

представляет собой вектор импульса, приобретённого благодаря поглощению фотонов.

Интегрирование по времени и первая половина процесса вычисления энергии

- Плотность энергии после первого этапа вычислений

$$\frac{1}{c} \left[\frac{E^{l+1/2} - E^n}{dt} - \frac{\sum_{i=1}^{\# \text{ faces}} A_i \left(\omega D_i^l \hat{n} \square \nabla E^{l+1} - (1 - \varpi) \bar{F}_o^l \right)_i}{Vol} \right] - \frac{4\sigma_a^l E^{l+1}}{\frac{C_v^l}{dt} + 4ca\sigma_a^l T^{*3}} + \sigma_a^l E^{l+1} =$$

$$\sigma_a^l T^{*3} \left[\frac{4 \frac{C_v^l}{cdt} T^n + 12\sigma_a^l a T^{*4} - \frac{8\sigma_a^l \bar{v} \square \bar{F}_o^l}{c}}{\frac{C_v^l}{dt} + 4ca\sigma_a^l T^{*3}} \right] - 3\sigma_a^l a T^{*4} + 2\sigma_a^l \frac{\bar{v}}{c^2} \square \bar{F}_o^l$$

где $\varpi = \frac{c\sigma_a^l dt}{\eta + c\sigma_a^l dt}$ и η равно 1 либо 1/3 для P1 либо P1/3, соответственно, а для диффузии $\varpi = 1$

- С неявной температурой

$$T^{l+1} = \frac{\frac{C_v^l}{dt} T^n + 3c\sigma_a^l a T^{*4} + c\sigma_a^l E^{l+1} - 2\sigma_a^l \bar{v} \square \bar{F}_o^l}{\frac{C_v^l}{dt} + 4c\sigma_a^l a T^{*3}}$$

Дивергенция 1^{го} эйлеровского импульса и явная поправка к результату первой части вычисления энергии

- Первая часть расчёта энергии использует дивергенцию потока в покоящейся системе жидкости в неявном смысле, то есть

$$\bar{F}_o^{l+1} = -\omega D_i^l n \nabla E^{l+1} + (1 - \varpi) \bar{F}_o^l$$

- Но в слагаемом с дивергенцией необходимо слагаемое, выраженное в эйлеровых координатах, поэтому **дрейфовый поток** добавляется к правой части уравнения для плотности энергии:

$$\bar{F}^{l+1} = -\omega D_i^l n \nabla E^{l+1} + (1 - \varpi) \bar{F}_o^{l+1} + \frac{4}{3} \bar{v} E_{face}$$

- Явная корректировка** плотности энергии тогда выполняется по формуле

$$Vol \frac{1}{c} \left[\frac{E^{l+1} - E^{l+1/2}}{dt} \right] = -\sigma_t^l \frac{\bar{v}}{c^2} \bar{F}_o^l - \frac{\sum_{i=1}^{\# \text{ faces}} A_i \hat{n} \frac{4}{3} \bar{v} E_{face}^l}{Vol}$$

Сравнение квазианалитического решения уравнения переноса с решением в диффузионном приближении

- Уравнение переноса

$$\mu \frac{\partial I}{\partial \tau} = \gamma(1 - \mu\beta)(\sigma_a + \sigma_s) \left[-I(\tau) + \left(1 - \frac{\sigma_a}{\sigma_a + \sigma_s}\right) J(\tau) + \frac{\sigma_a}{\sigma_a + \sigma_s} B(\tau) \right]$$

$$\mu \frac{\partial I}{\partial \tau} = \gamma(1 - \mu\beta)\sigma_t \left[-I(\tau) + (1 - \lambda)J(\tau) + \lambda B(\tau) \right]$$

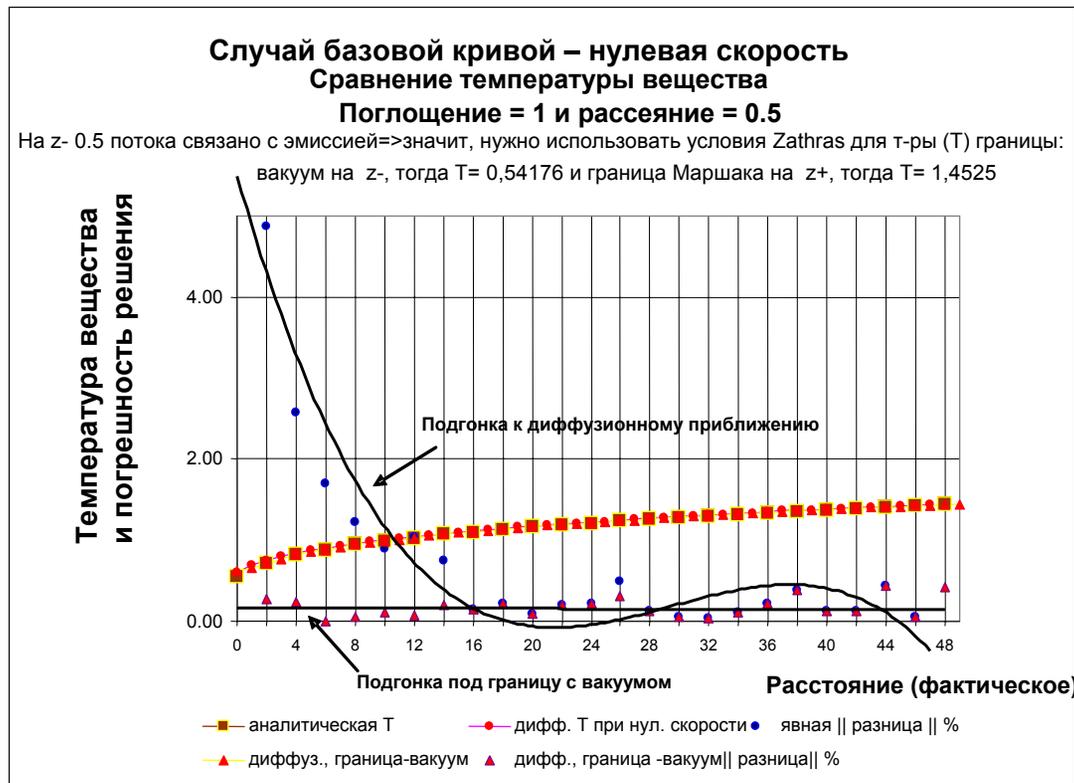
- Его решение

$$I = 3F(\tau = 0) \left[1 + \int_0^\tau e^{-\int_0^{\tau'} (1 - 2\lambda(\tau')) \beta(\tau') d\tau'} d\tau'' + \int_0^1 \mu e^{-\int_0^{\tau'} (1 - 2\lambda(\tau')) \beta(\tau') d\tau'} d\mu \right]$$

- Плотность энергии

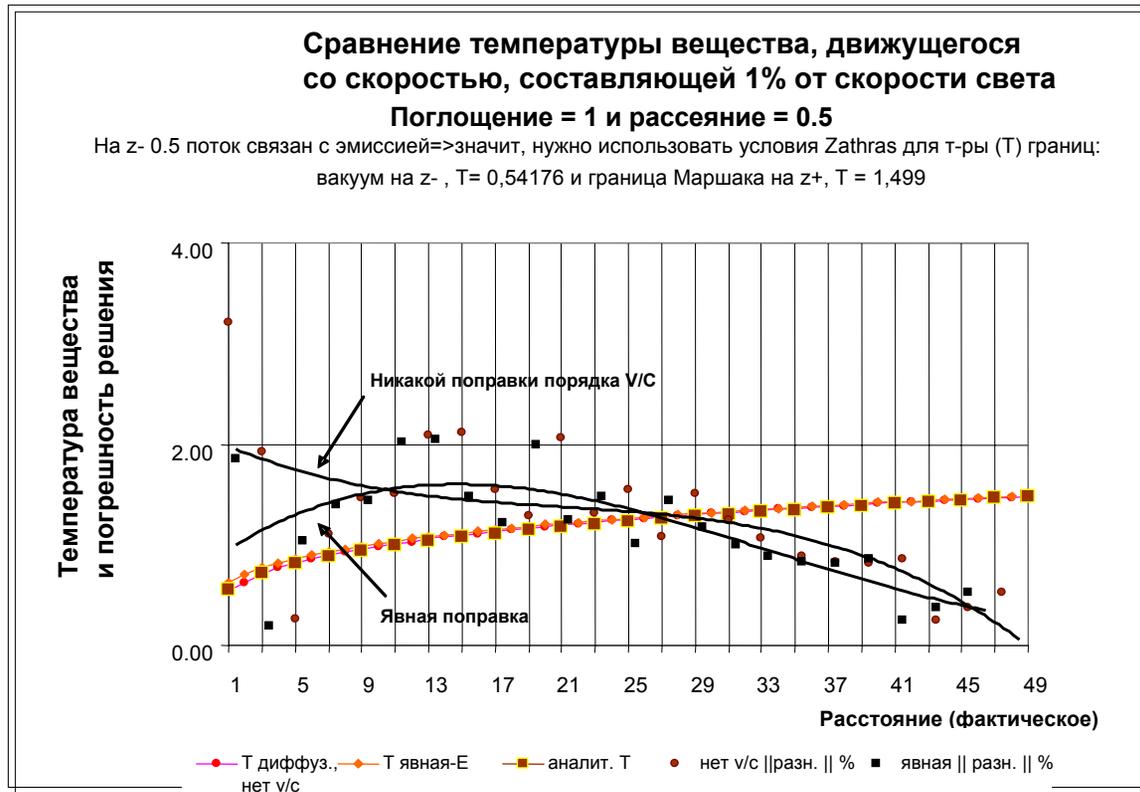
$$E(\tau) = \frac{1}{4\pi} \int_{-1}^1 I(\tau) d\Omega$$

Сравнение квазианалитического решения с диффузионным – базовая кривая



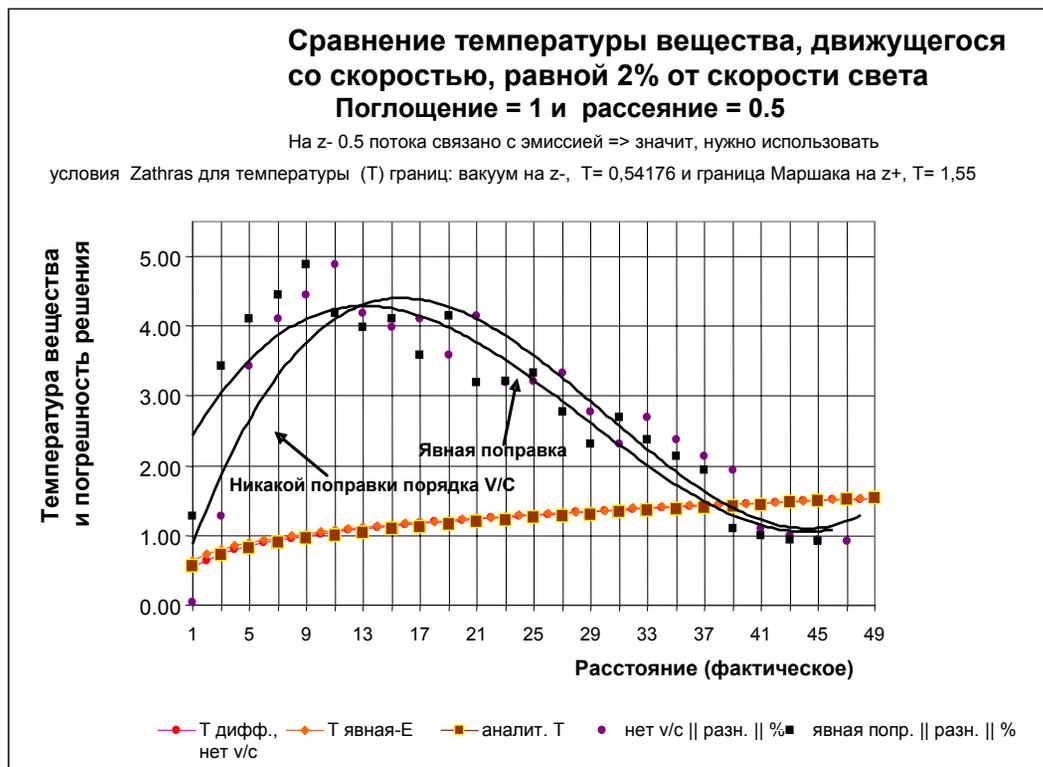
Сравнение распределения температуры по глубине в поглощающем веществе (квазианалитического и в диффузионном приближении) при нулевой скорости вещества

Сравнение квазианалитического решения с диффузионным для скорости вещества, равной 1% с (скорости света)



Распределение температуры (квазианалитической и в диффузионном приближении) по глубине (оптическое расстояние) в поглощающем и рассеивающем веществе, движущемся со скоростью, равной 1% от скорости света (c).

Сравнение квазианалитического решения с диффузионным для скорости вещества, равной 2% с (скорости света)



Распределение температуры (квазианалитической и в диффузионном приближении) по глубине в поглощающем и рассеивающем веществе, движущемся со скоростью, равной 2% от скорости света (с).

Выводы

- Когда диффузионное решение содержит члены порядка (v/c) и использует формулу для явной поправки на движение вещества, то сравнение с решением уравнения переноса обнаруживает хорошее согласие при скоростях вещества вплоть до 2% от скорости света.
 - Использование плотности энергии, рассчитываемой на грани ячейки, обеспечивает непротиворечивый расчёт потока.
- Трудно сделать выводы относительно полезности поправочных слагаемых, используя сравнение решений, полученных в настоящей работе.
 - Граничные условия в системе определяются квазианалитическим решением уравнений переноса. Эти решения «удерживают» дискретизированные уравнения в частных производных в заданном режиме.
- Более значительные различия в плотности энергии будут найдены там или тогда, когда:
 - температурные и гидродинамические величины определяются физическими процессами;
 - поле скоростей имеет разрывы непрерывности или сильную расходимость скорости; тогда слагаемое дрейфового потока, найденное в дивергенции плотности потока энергии, будет иметь большее влияние.

$$\nabla \cdot \left(\frac{\nabla E}{3} - \frac{4}{3} \bar{v} E \right) = \bar{\nabla} \cdot \frac{\bar{\nabla} E}{3} - \frac{4}{3} \left(E \bar{\nabla} \cdot \bar{v} + \bar{v} \bar{\nabla} \cdot E \right)$$

Благодарности

- Мы чрезвычайно признательны
 - Джиму Морелу за сотрудничество в работе по анализу поправочных членов v/c ,
 - Скотту Тернеру, руководителю группы по созданию пакета компьютерных программ по расчётам излучения «Zathras», и
 - Марку Грею, первоначальному разработчику пакета программ «Zathras».

Лос-Аламосская национальная лаборатория поддерживает академическую свободу и право исследователей на опубликование своих работ; однако Лаборатория как организация не подтверждает правильность точки зрения, выраженной в публикации, и не гарантирует техническую правильность публикации.

Лос-Аламосская национальная лаборатория является работодателем, проводящим политику предоставления равных возможностей, а также политику, выраженную в акте о предоставлении преимущественных прав (affirmative action), и управляется Калифорнийским университетом для Министерства энергетики США по контракту W-7405-ENG-36.