
Блочно структурированное измельчение сеток в гидродинамике

Совместная Русско-Американская Конференция по
Вычислительной Математике/Физике

Вена, Австрия

19-23 Июля 2005



Ричард Пембер, Джеффри Грино,
AX Division

Бен Лиу, Илья Ломов
Earth Science Division

This work was performed under the auspices of the U.S. Department of Energy by the University of California
Lawrence Livermore National Laboratory under Contract No. W-7405-Eng-48.

Lawrence Livermore National Laboratory, P.O. Box 808, Livermore, CA 94551-0808

Обзор

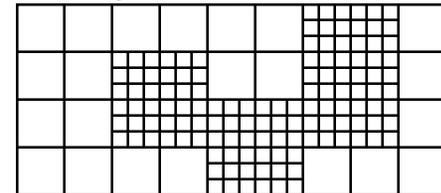


- **“AMR 123” для газовой динамики**
- **Обзор алгоритма для одного материала на структурированной Эйлеровой сетке**
- **Особенности расчета смешанных ячеек**
- **Некоторые результаты**

Адаптивное измельчение сеток по Berger-Oliger-Colella



- Особенности подхода Berger-Oliger-Colella
 - Ячейки, где большие ошибки велики сгруппированы в подобласти вместе с ячейками (которых не так много), где ошибки не так велики
 - Локально измельчать блоки сетки в пространстве и времени
 - Каждая подобласть – топологически прямоугольная структурированная сетка
 - Подобласти всегда вложены в грубую сетку определенным образом
 - Подобласти создаются и уничтожаются динамически, адаптируясь под особенности нестационарного течения.
 - Подобласти могут меняться в размерах по времени и пространству
 - Подциклы по времени возможны и обычно используются, но необходимы.

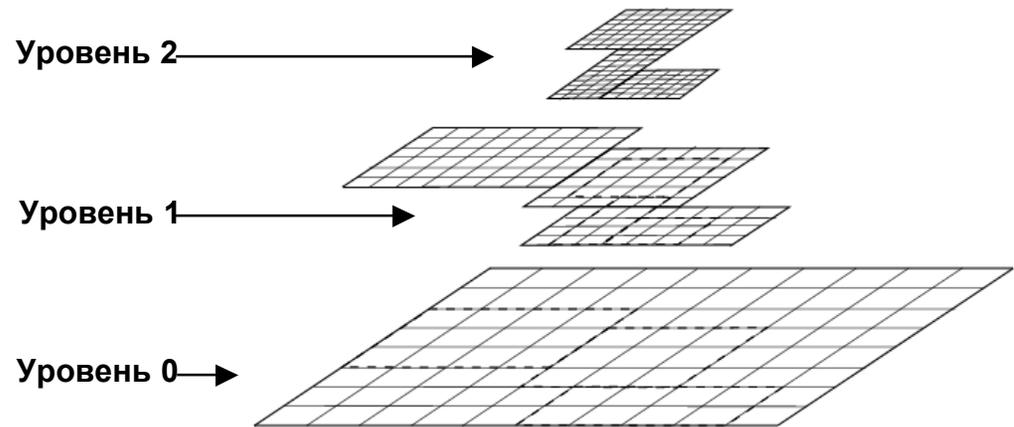
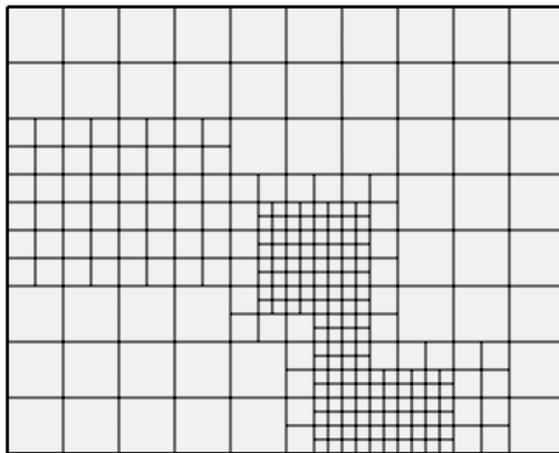


- В этом докладе:
 - Физически прямоугольные Эйлеровы сетки
 - Все переменные определены в центрах ячеек
 - Схема на одном уровне: явная, одношаговая, дивергентная, 2 порядка точности по пространству и времени, на структурированной сетке
 - структурированная сетка дополняется воображаемыми ячейками
 - 2 порядка точности → достаточно линейной интерполяции

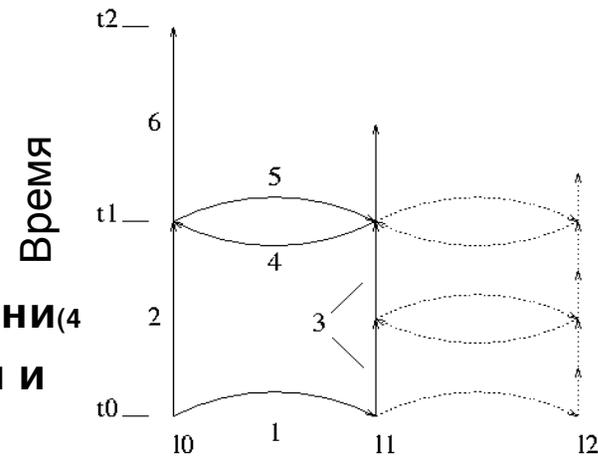
Berger-Oliger-Colella AMR использует динамическую иерархию сеток и рекурсивный шаг по времени.



- Пространственное измельчение



- (Рекурсивный) шаг по времени на грубой сетке:
 - Обновить решение на грубой сетке (1,2)
 - Обновить решение на мелкой сетке (3)
 - Синхронизировать все уровни (4)
 - Построить сетку на текущей и более точных уровнях



Уравнения для одного вещества



- Законы сохранения массы, импульса, энергии

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F(U)}{\partial x} + \frac{\partial G(U)}{\partial y} + \frac{\partial H(U)}{\partial z} = 0$$

- Уравнения для $\frac{\partial \rho \phi_i}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \phi_i \mathbf{v}) = \Phi(\rho, \varepsilon, \phi_1, \dots, \phi_n)$
- внутренних переменных
- Уравнение эволюции упругих сдвиговых деформаций:
 - Упруго изотропное
 - Инвариантно относительно движений как жесткое тело
 - Корректное описание больших деформаций
 - Отделено от объемной части
 - Допускает гиперупругую формулировку основанную на записи свободной энергии Гельмгольца

Эволюция упругих сдвиговых деформаций



- Недивергентная форма:

\mathbf{B}_e – деформационный тензор Гельмгольца

$\mathbf{B}'_e = \det(\mathbf{B}_e)^{-1/3} \mathbf{B}_e$ – тензор Гельмгольца с нулевой дивергенцией

$$\dot{\mathbf{B}}'_e = \mathbf{L} \cdot \mathbf{B}'_e + \mathbf{B}'_e \cdot \mathbf{L}^T - 2/3 (\mathbf{L} : \mathbf{I}) \mathbf{B}'_e - \mathbf{A}_p$$

$\mathbf{L} = (\nabla \otimes \mathbf{v})^T$ – тензор скорости деформации, \mathbf{A}_p – тензор скорости порогового эффекта

Свободная энергия Гельмгольца

$$\rho_{s0} \Psi = \rho_{s0} \Psi_1(J_e, \theta) + 1/2 G(J_e, \theta) (\mathbf{B}'_e : \mathbf{I} - 3)$$

$J_e = \det(\mathbf{B}_e)^{1/2}$, θ – температура, G – функция порогового эффекта

Пример явной консервативной схемы



Аппроксимируем конечными разностями

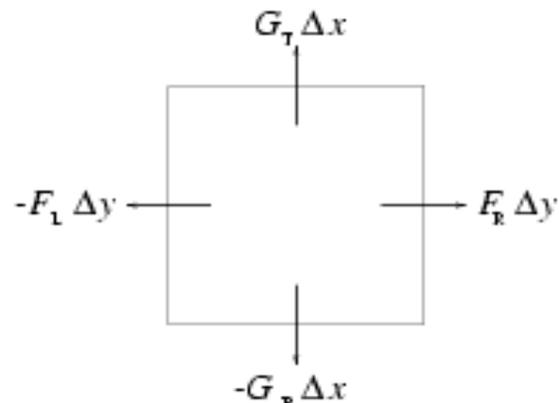
$$\nabla \cdot \vec{F} \quad (\vec{F} = (F, G))$$

Заменяем

$$\int \nabla \cdot \vec{F} dV = \int \vec{F} \cdot \vec{n} dA$$

Используем теорему Стокса

$$\nabla \cdot \vec{F} \approx \frac{1}{\Delta x \Delta y} \sum_i \vec{F}_i \cdot \vec{n}_i A_i, \quad i = L, R, T, B$$



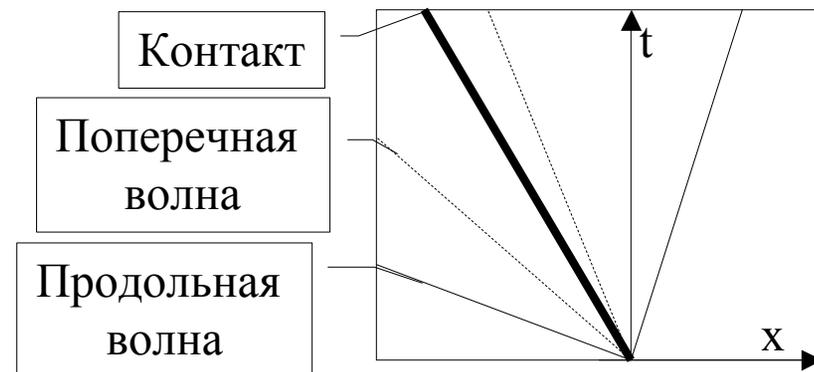
Обновляем решение

$$U^{n+1} = U^n - \Delta t \nabla \cdot \vec{F}$$

Метод Годунова высокого порядка для твердых тел



- Анализ характеристик
 - Примитивные переменные: ρ – density,
 $\rho\varepsilon$ – internal energy,
 \mathbf{v} – velocity,
 \mathbf{T} – stress tensor,
 ϕ_i – history dependent variables
- Задача о распаде произвольного разрыва
 - Акустическое приближение для поперечных волн
 - Нелинейное решение для продольных волн



Обзор определяющих соотношений



- Базированы на введении пористости и общей теории пластичности
- Зависимость от скорости деформирования
- Предел текучести $Y = Y_0 F_1(\varepsilon_p, p) F_2(\beta, p) F_3(\rho, \varepsilon) F_4(\phi) F_5(\omega, p)$
 - Деформационное упрочнение
 - Упрочнение с давлением
 - Зависимость от третьего инварианта
 - Температурное и структурное разупрочнение
- Эволюция пористости
 - $p - \alpha$ модель для компактирования
 - Ускорение компактирования при сдвиге
 - Откол, направленное разрушение при растяжении
 - Разрыхляемость при положительном давлении

Метод концентраций



- Термодинамически обоснованные уравнения для смешанных ячеек:

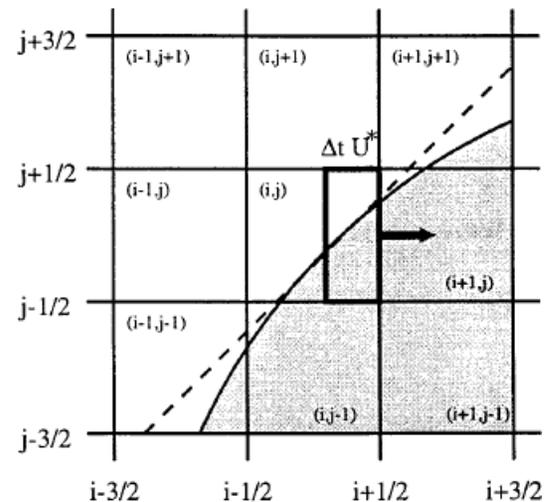
$$\frac{\partial f_\alpha}{\partial t} + \nabla \cdot (f_\alpha \mathbf{v}) = \frac{f_\alpha}{K_\alpha} K \nabla \cdot \mathbf{v}$$

$$f_\alpha - \text{концентрация компонента } \alpha$$

$$K_\alpha - \text{коэффициент концентрации компонента } \alpha$$

$$1/K = \sum f_\alpha / K_\alpha$$

- Восстановление поверхностей с высоким порядком (сохраняет плоскую поверхность при параллельном переносе)



Расчет смешанных ячеек



- Эффективные свойства:

$$1/K = \sum f_{\alpha} / K_{\alpha}$$

$$1/G = \sum f_{\alpha} / G_{\alpha}$$

где f_{α} – доли веществ в смеси:

$$T_{ii} = 1/K \sum f_{\alpha} T_{ii\alpha} / K_{\alpha}$$

$$T_{ij} = 1/G \sum f_{\alpha} T_{ij\alpha} / G_{\alpha}$$

- Раздача градиента скоростей деформации по веществам:

$$L_{\alpha} = LG / G_{\alpha}$$

Алгоритм решения на подобласти:

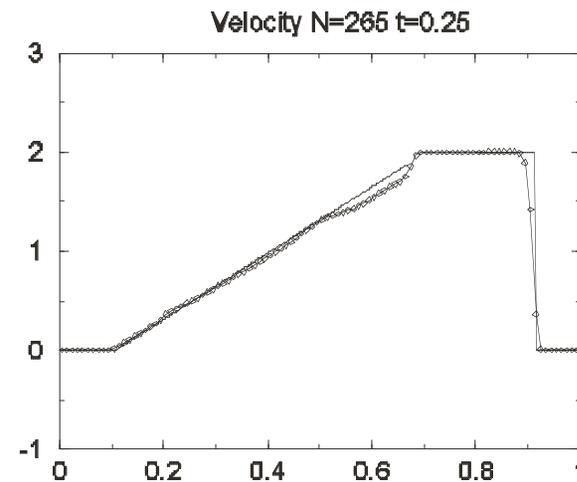
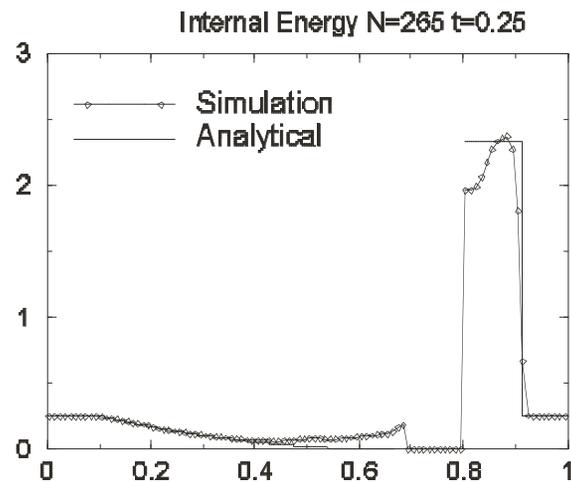
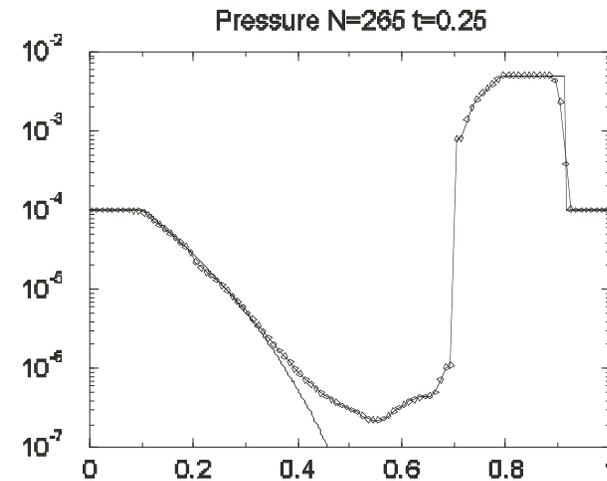
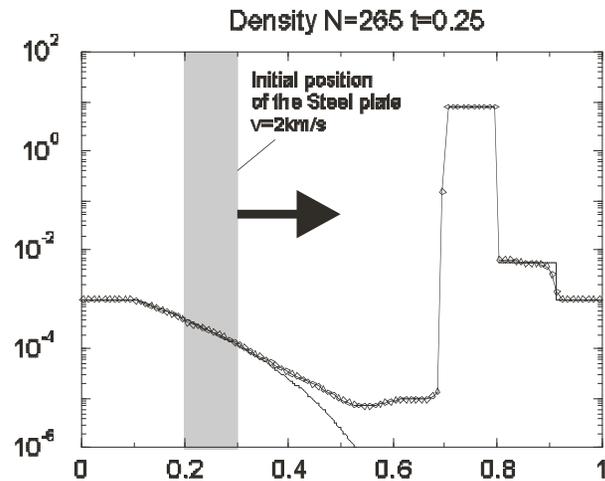


- Разбиение оператора:
 - Разбиение по физике
 - Разбиение по направлениям
- 1D sweep

$$2L_{full} = L_x L_y L_z L_{source} L_z L_y L_x L_{source}$$



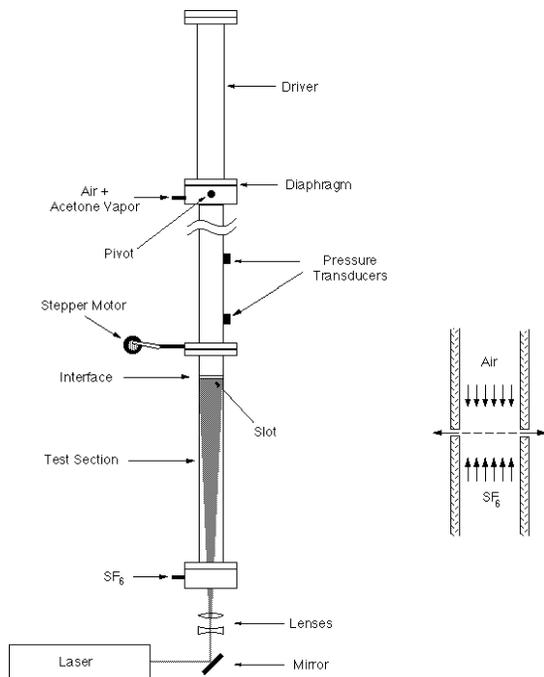
Одномерка: движение металлической пластины в воздухе



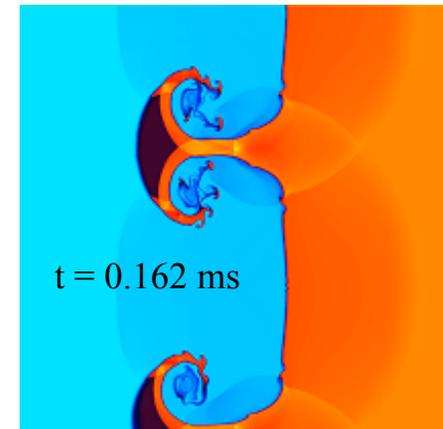
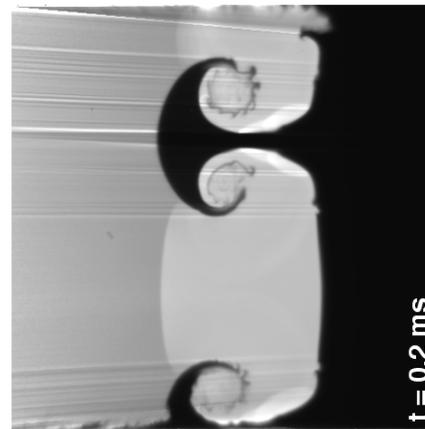
Повторное ударное сжатие $M=1.3$, Воздух/SF₆



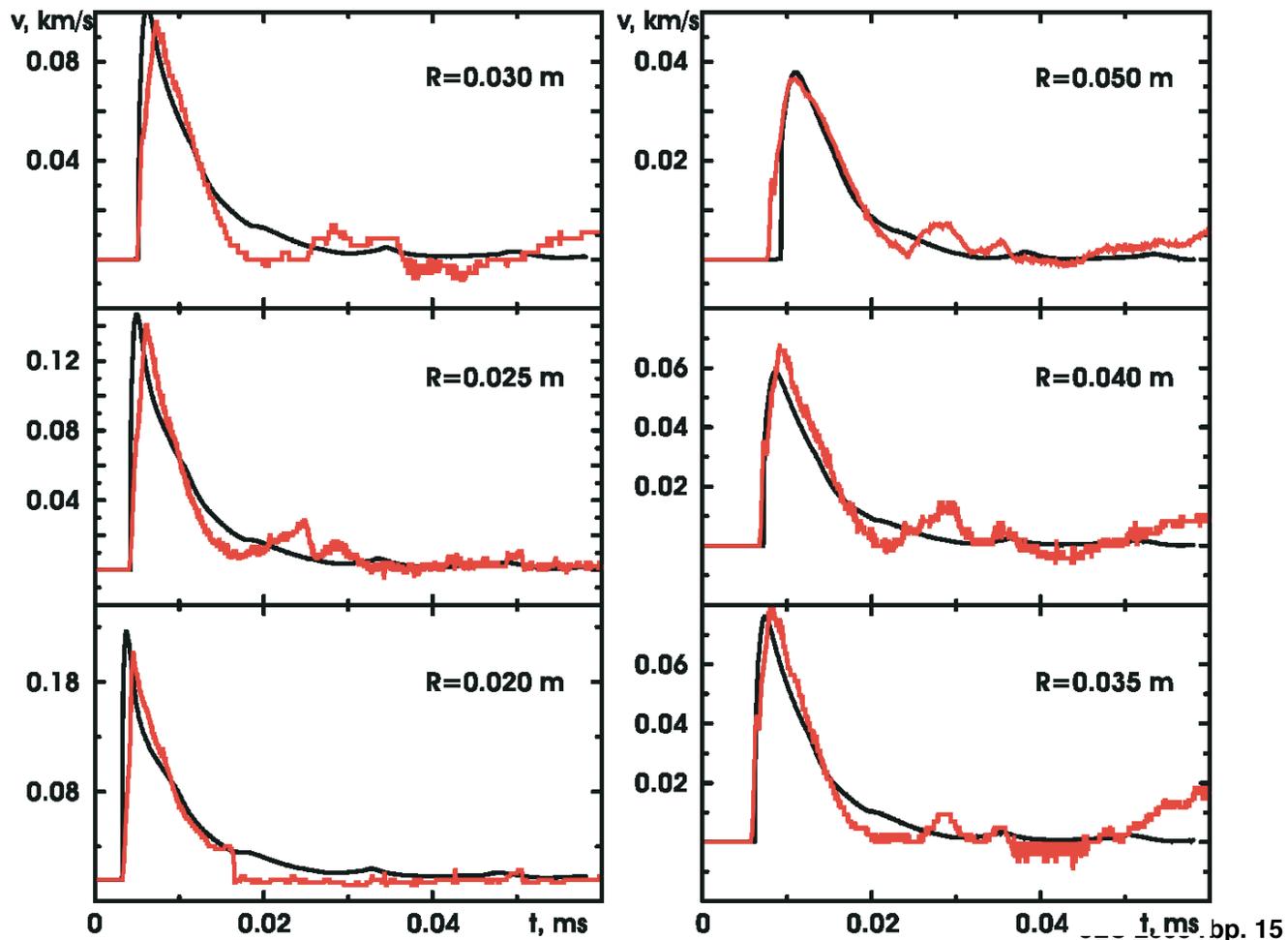
Ударная труба в University of Arizona
(Prof. Jeff Jacobs)



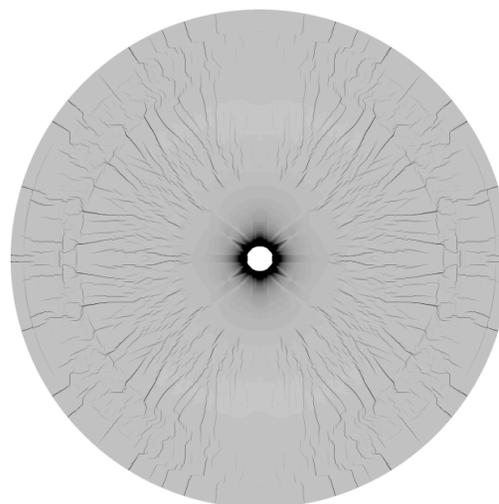
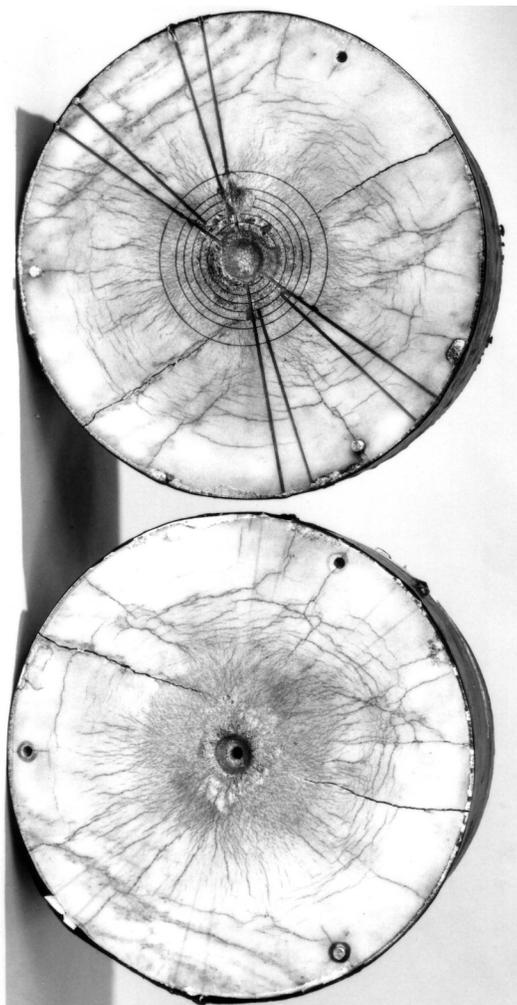
AMR хорошо подходит для данной задачи



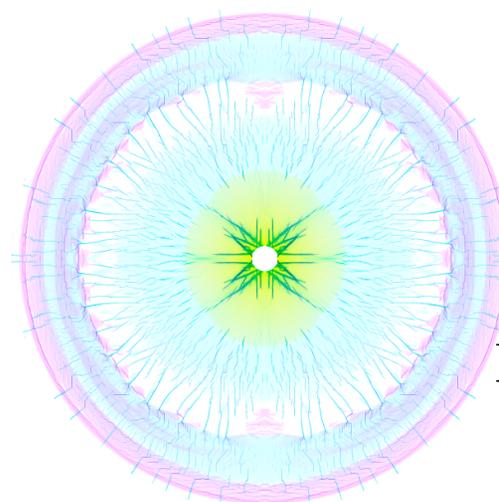
Сферическая ударная волна в мраморе



Сферическая ударная волна в мраморе

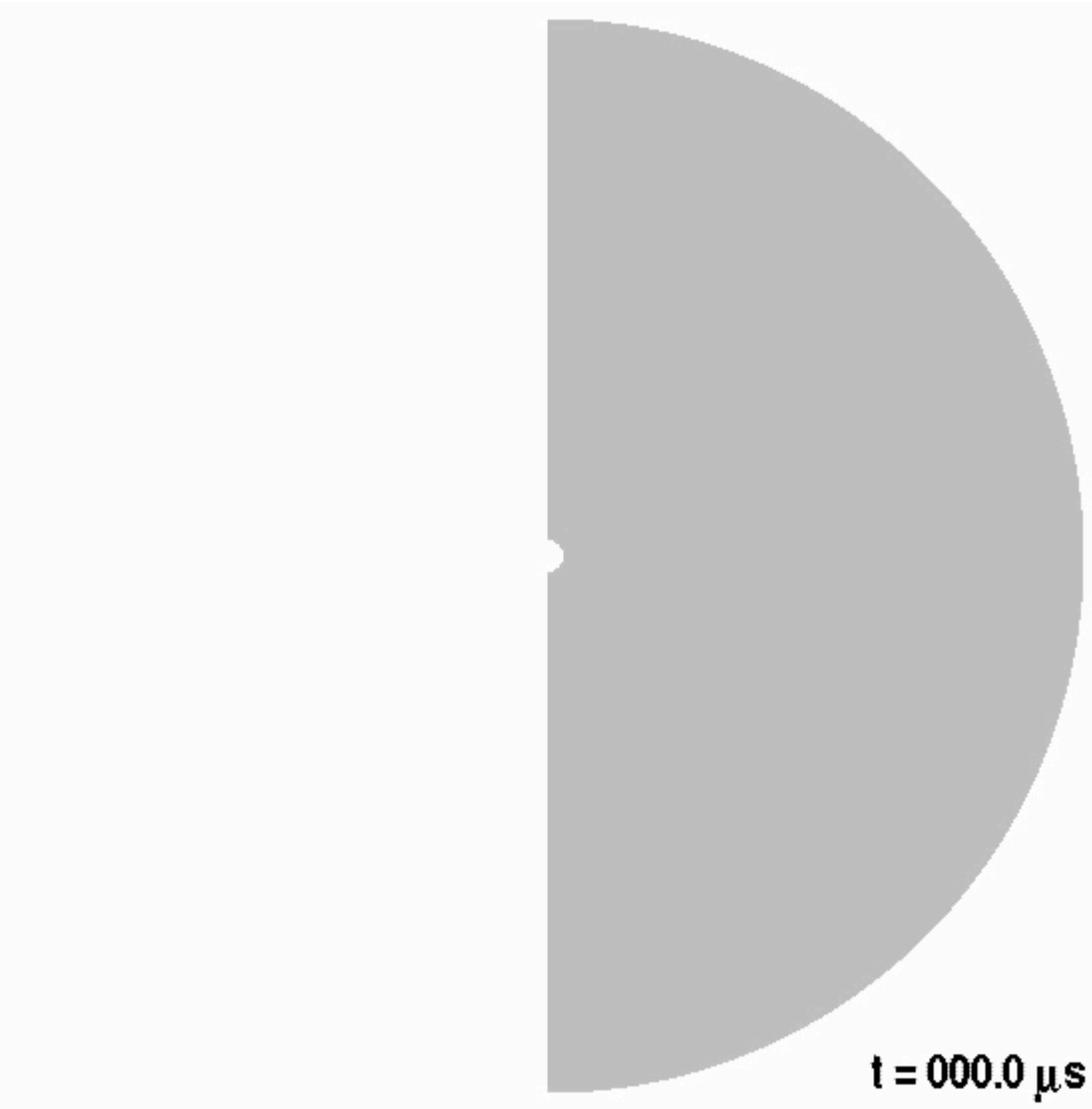


Пористость



Композиция
поврежденности

**Cracking
damage**



**Void Volume
Fraction**

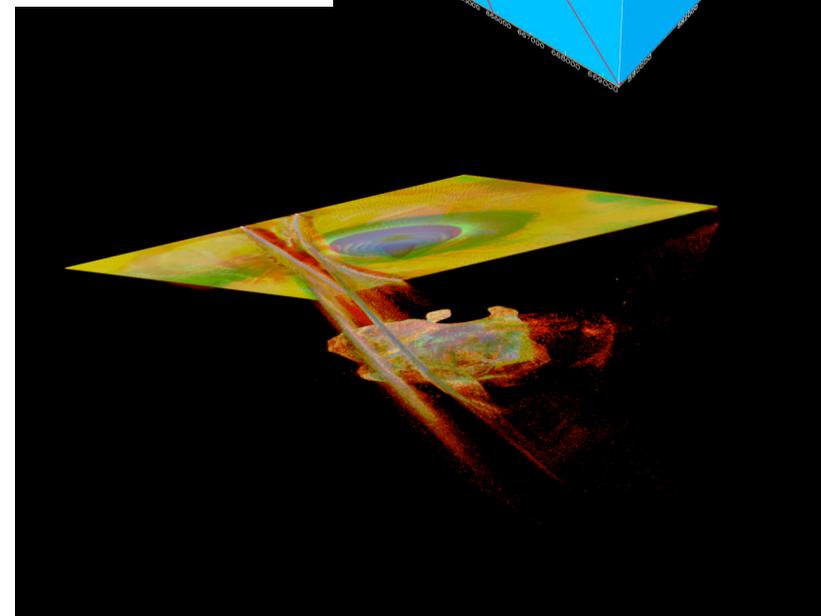
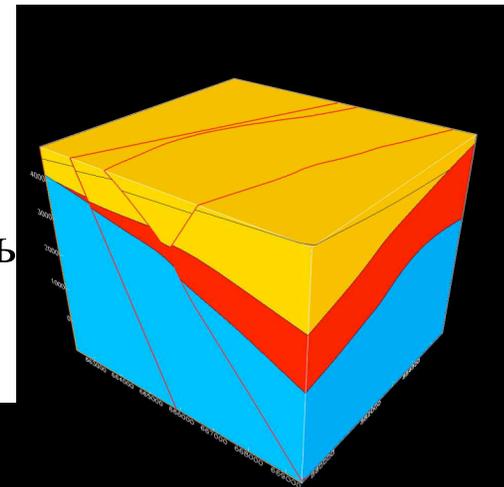


$t = 000.0 \mu s$

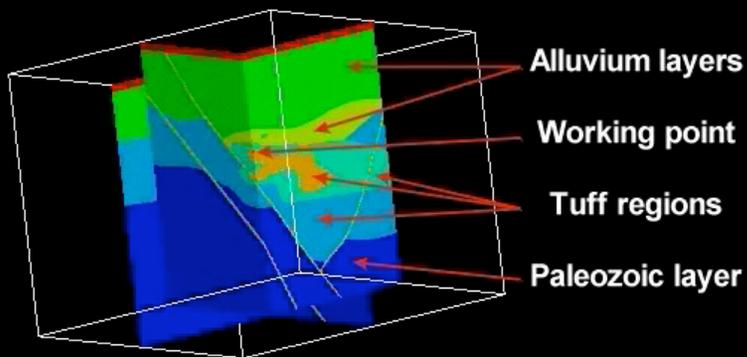
Подземный ядерный взрыв Ванеберри (1970)



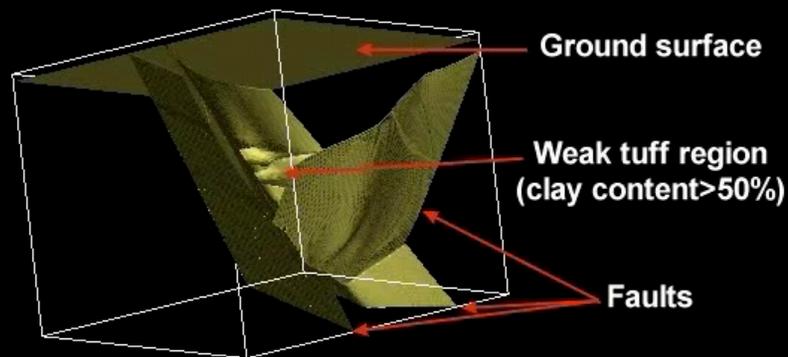
Геология \Rightarrow
Поврежденность
 \Downarrow



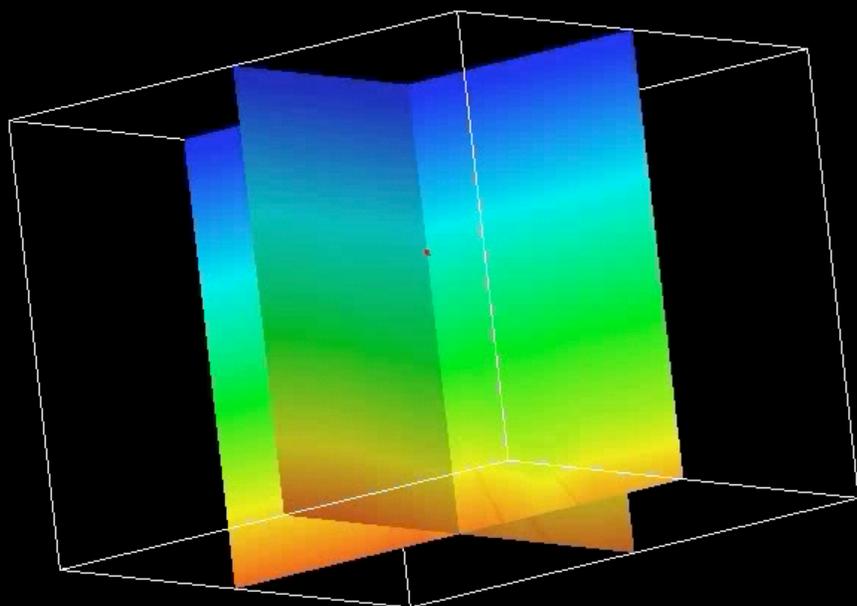
3D GEODYN Simulation of the BANEBERRY Underground Nuclear Test



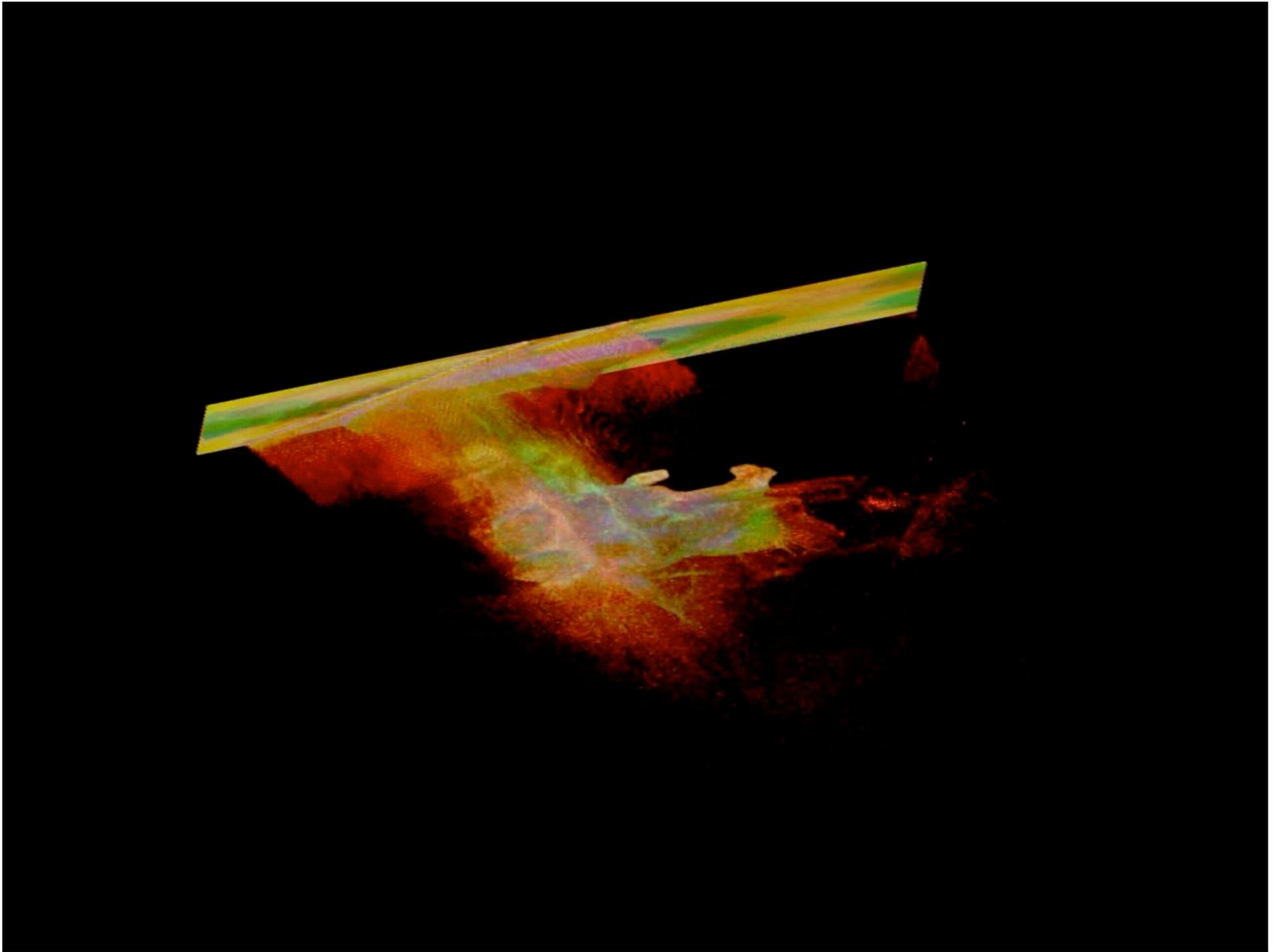
Pressure



Eigenvalues of the damage tensor



time=000ms



Current work



- **Special things which we need to do when material interface crosses boundary between refinement levels**
- **Use information from single-material cells nearby for better representation of materials in the mixed cell**
- **Different options for the energy update in the mixed cells**
- **How do we simulate gas diffusion and mixing while using tracking algorithms for solid and liquids?**