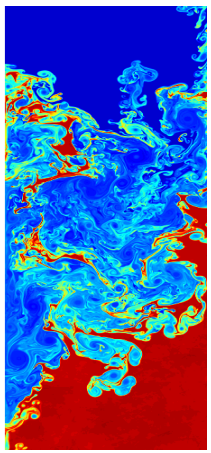
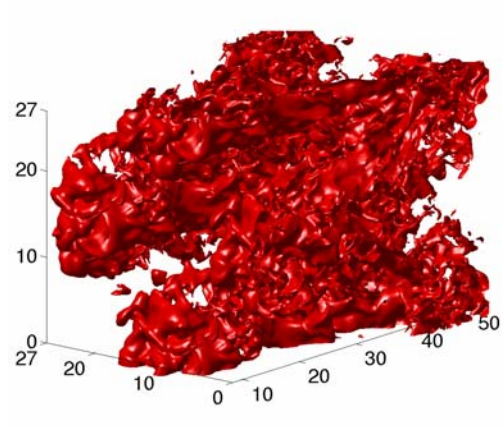
Исследование применения методов высокого порядка к задачам турбулентного смешения под воздействием ударной волны

Представлено на Совместную российско-американскую конференцию пяти лабораторий по вычислительной математике и физике, Вена, Австрия





[1]Олег Шиллинг (Oleg Schilling)

в соавторстве с [2]Марко Латини (Marco Latini) и [3]Вэй-Сан Дон (Wai-Sun Don)

[1]Ливерморская национальная лаборатория им. Лоуренса, [2]Калифорнийский технологический институт, [3]Университет им. Брауна

19-23 июня 2005 г.

Данная работа выполнена при поддержке Министерства энергетики США Ливерморской национальной лабораторией им. Лоуренса Университета штата Калифорния по контракту № W-7405-Eng-48.

Адрес: Lawrence Livermore National Laboratory, P.O. Box 808, Livermore, CA 94551-0808

UCRL-PRES-212829

Цель настоящего исследования заключается в изучении влияния порядка схемы и размера сетки на физику потока при двумерной и трехмерной неустойчивости Рихтмайера-Мешкова и смешении с отраженной ударной волной

- Эйлеровский реконструктивно-эволюционный метод с мелкой сеткой, описывающий ударную волну, применяется к двумерной и трехмерной одномодальной и многомодальной неустойчивости Рихтмайера-Мешкова с отраженной ударной волной.
- Для подтверждения проводится сравнение с экспериментальными данными (Коллинс-Джейкобс (Collins-Jacobs) и Веттер-Стартевэнт (Vetter-Sturtevant)); вычисления проводятся для более высоких значений *t*
- Количественно изучаются <u>динамика и структура</u> потока: изменение по времени ширины зоны смешения, глобальное смешение и статистика потока, спектры энергии
- Исследуется влияние порядка реконструкции потока (формальный порядок точности) и размера сетки на смешение и турбулентность
- Обсуждаются последствия для моделирования экспериментов и оценки моделей турбулентного переноса и смешения

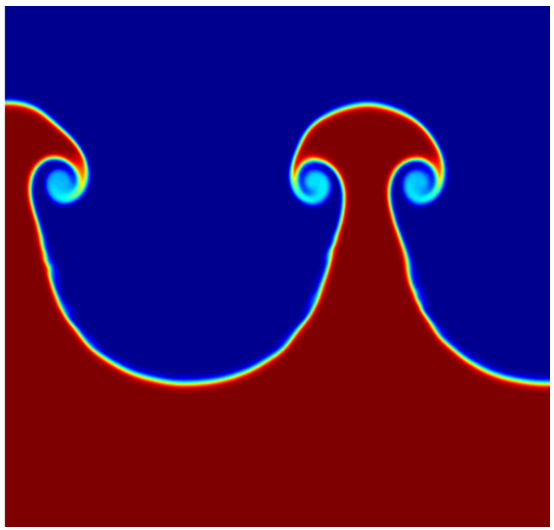
Тематика данного исследования чрезвычайно важна для разработки и подтверждения моделей подсеточного масштаба и турбулентного смешения для потоков, вызванных ударными волнами

Двумерные и трехмерные расчеты были выполнены с использованием взвешенного принципиально неколебательного метода (WENO)

- Уравнения Эйлера решались с использованием локальных конечно-разностных реконструкций Лакса-Фридрихса с расщепленными потоками
- Для обеспечения принципиально неколебательного свойства (ENO) используется выпуклое линейное сочетание всех возможных полиномных интерполяций
  - Неколебательные решения высокого порядка получались с использованием нелинейно взвешенного набора шаблонов, что позволило избежать разрывов при пересечении
  - Локальные характеристики разбивались для расщепления потоков
- Схема TVD Рунге-Кутта 3-го порядка для изменения по времени
- Реконструкция WENO 3-го, 5-го, 7-го, 9-го или 11-го порядка
- Метод адаптивной области вычислений обеспечивает динамическое увеличение количества точек сетки
- Слежение за границами раздела ведется с помощью массовых долей
- Возможна гибридизация с центрально-разностными схемами более высокого порядка на основе сеток переменного шага (здесь не используется)

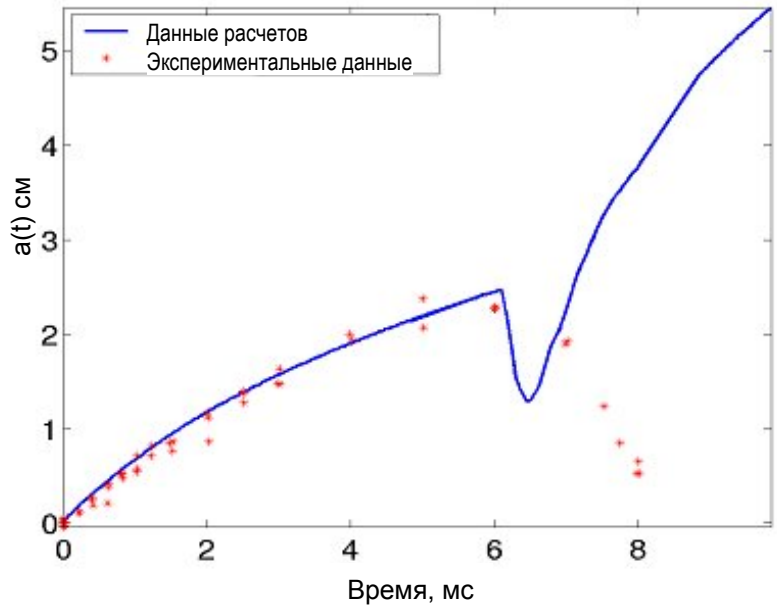
Эксперимент Коллинса-Джейкобса (Collins-Jacobs) в ударной трубе при M = 1,21 для смеси воздуха и SF_6 (ацетона) рассчитывался методом WENO (ниже даны результаты для схемы 5-го порядка)

- Начальная амплитуда a_0 = 0,183 см
- Длина волны λ = 5,9 см
- Экспонента адиабаты γ = 1.24815
- Начальная толщина границы раздела 0,5 см
- Размер области вычислений 8,9 см × 75 см
- Разрешение сетки 128, 256, 512 точек на длину волны λ



Плотность при t = 5 мс

- Рост амплитуды очень хорошо согласуется с экспериментальными данными до прохождения отраженной ударной волны.
- Расхождение после прохождения отраженной ударной волны вызвано отраженным разрешением, присутствующим в эксперименте, но не учтенным в расчетах.

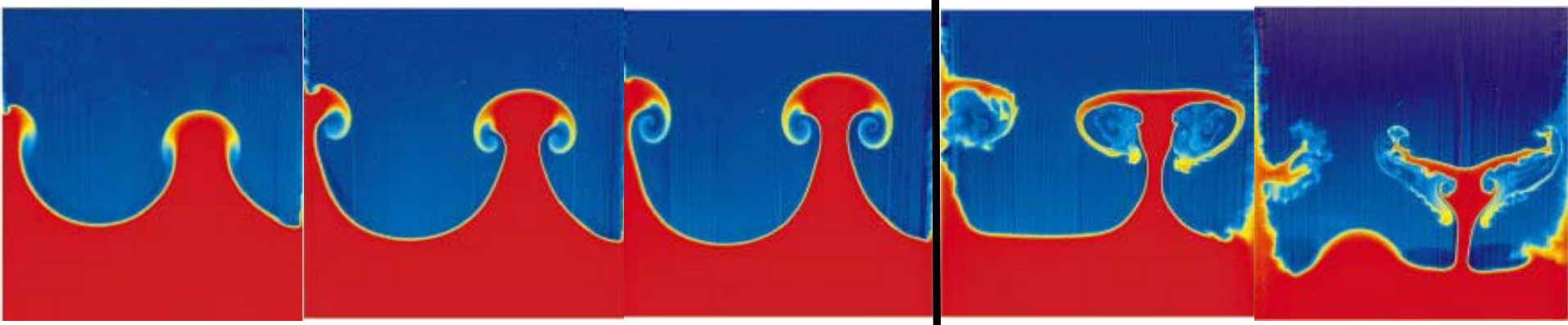


Расчетные и экспериментальные значения плотности первоначально хорошо согласуются; т. к. разрежение не учтено, отраженная ударная волна взаимодействует с поверхностью раздела на ~1 мс раньше

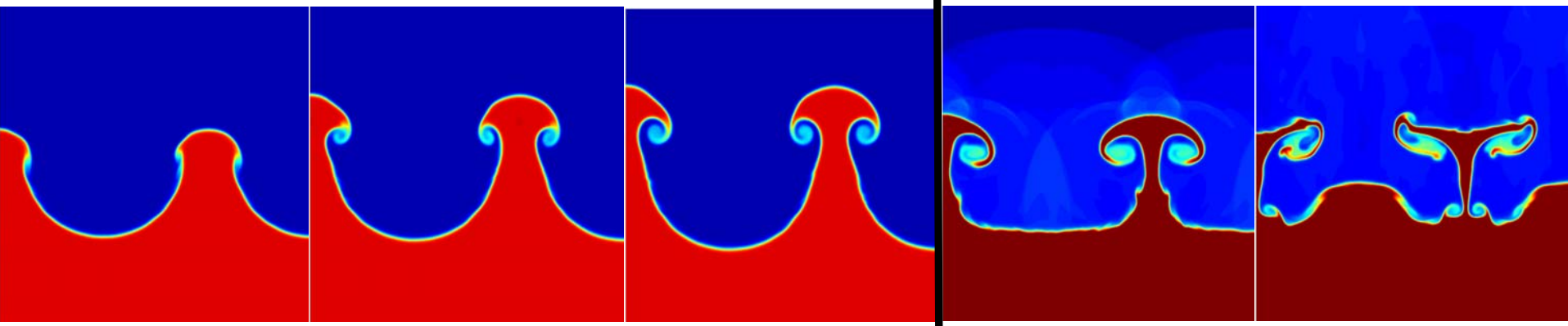
Визуализация методом PLIF из работы авторов Collins и Jacobs

После прохождения отраженной ударной волны

***t* = 2,502 мс** **t = 4,009 мс** **t = 5,015 мс** **t = 7,005 мс** **t = 7,781 мс**



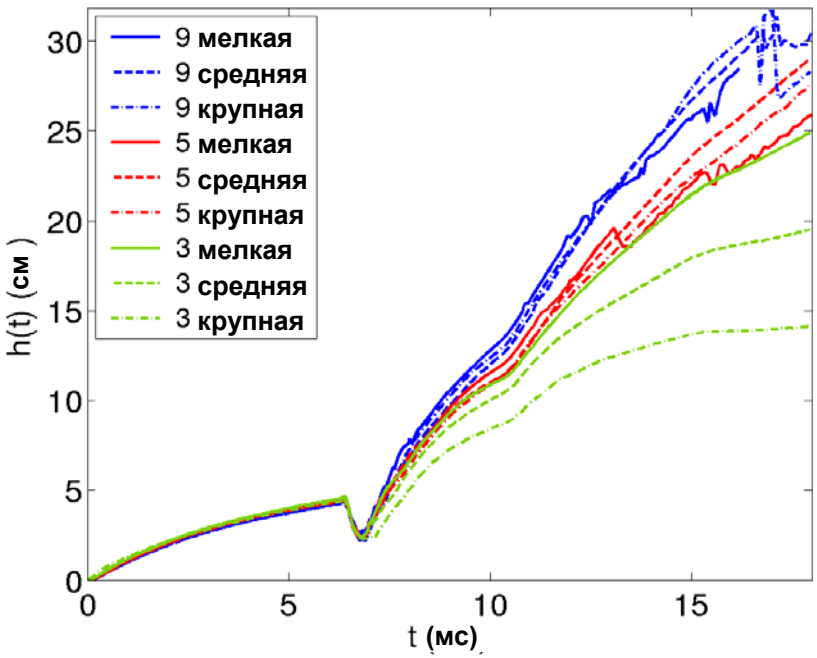
***t* = 2,5 мс** **t = 4 мс** **t = 5 мс** **t = 6,47 мс** **t = 6,78 мс**



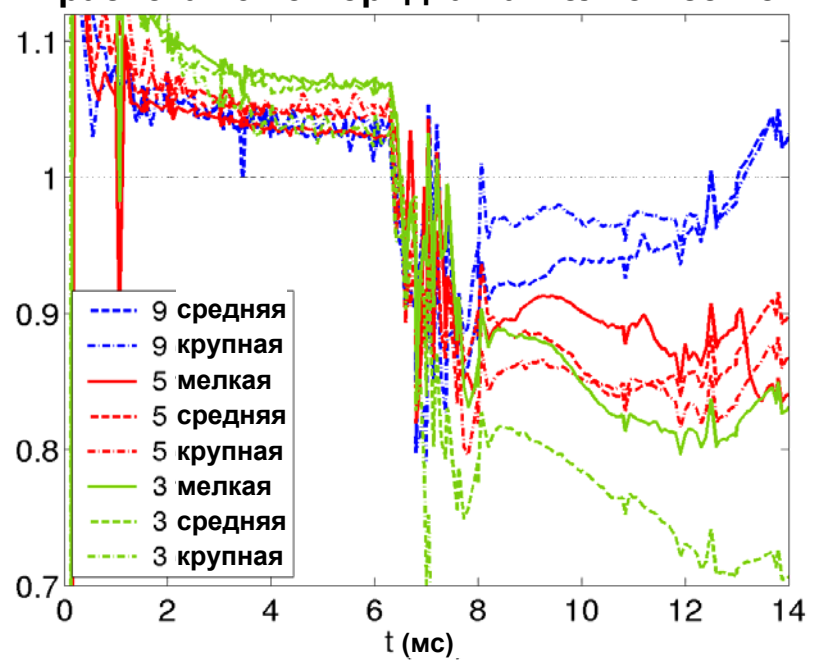
Расчеты по методу WENO 5-го порядка

Значения ширины слоев смешения, полученные в расчетах 3-го, 5-го и 9-го порядка на крупной, средней и мелкой сетках, показывают значительные расхождения

Ширина зоны изменения массовой доли от 1 до 99%



Отношение к ширине, полученной при расчетах 9-го порядка на мелкой сетке



- Значения ширины, в целом согласуются до прохождения отраженной ударной волны и в течение очень краткого промежутка после него (за исключением расчетов 3-го порядка на средней и крупной сетках)
- Значения ширины начинают расходиться позже во время фазы “квазизатухания”
- Чем выше диссипативность расчета, тем меньше ширина
- Результаты для расчетов 9-го порядка демонстрируют очевидную сходимость

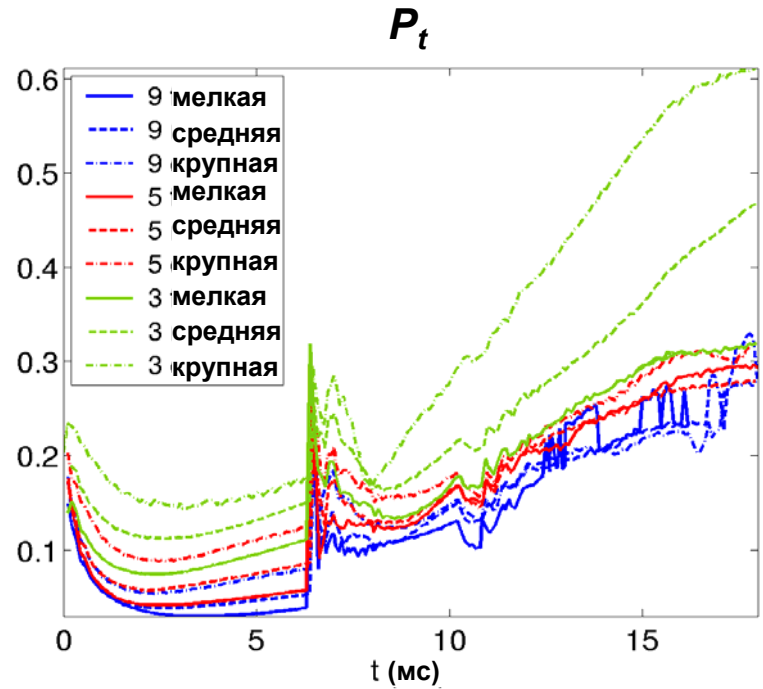
Величины, характеризующие “смешение”, также сильно зависят от порядка точности расчетов и размера сетки

- Рассмотрим модель быстрой кинетической реакции, в которой смешивающиеся среды являются “реагентами”
- Молярная доля продукта реакции, X, равна:
  - $X_p = X/X_s$ для $X \le X_s$ и
  - $X_p = (1 - X)/(1 - X_s)$ для $X > X_s$ ($X_s = ½$)
- Средняя молярная доля продукта реакции $\langle X_p \rangle(x,t)$ дает информацию о том, насколько хорошо смешаны “реагентами” поперек слоя
- Суммарное количество “продукта химической реакции” равно

$$P_t(t) = \int_{a_s}^{a_b} \langle X_p \rangle dx$$

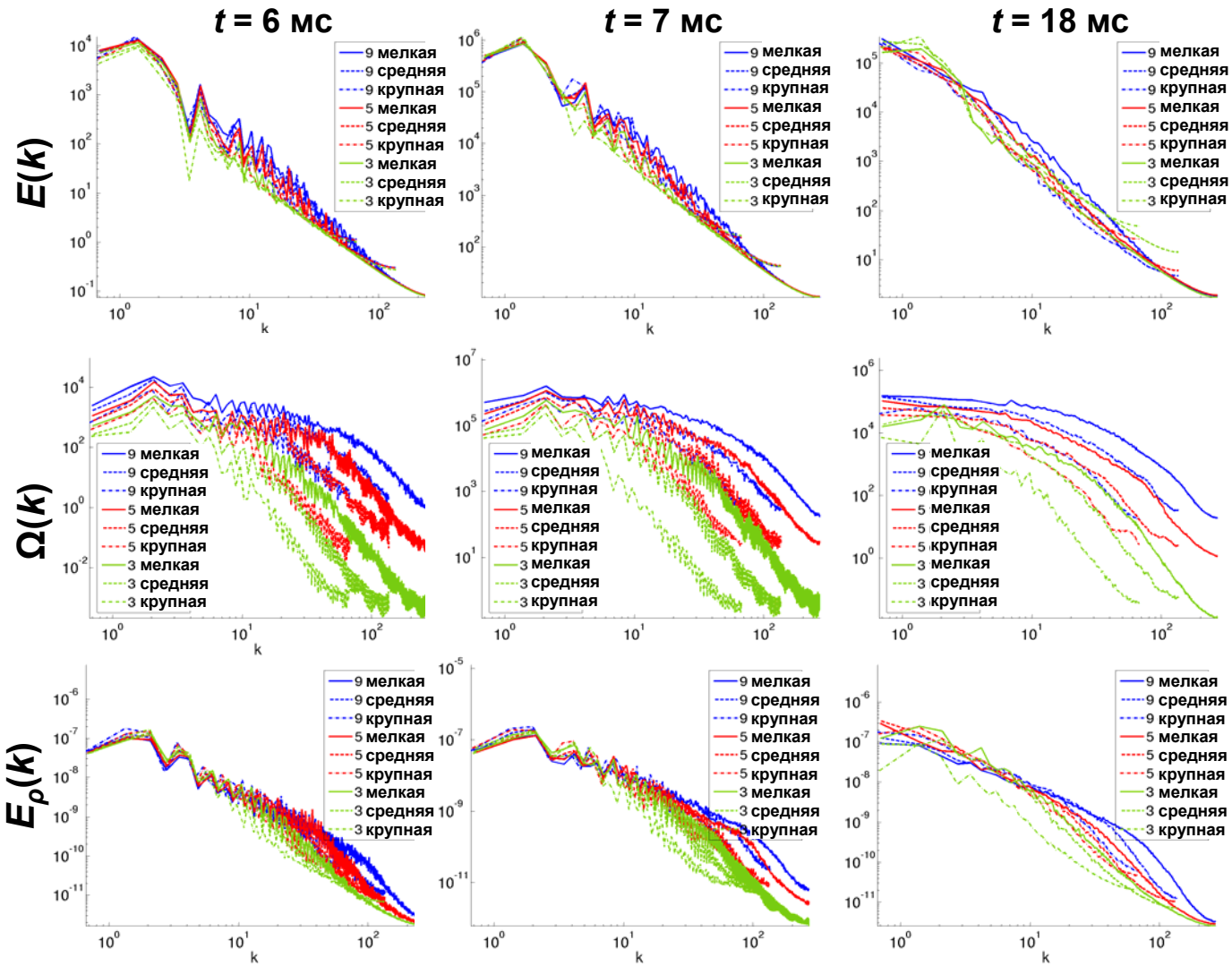
(a_b, a_s – амплитуды пузырька и пика)

- P_t медленно увеличивается перед отраженной ударной волной, что указывает на рост “смешения”, причем дополнительное “смешение” происходит при сжимании слоя отраженной ударной волной.



- После прохождения отраженной ударной волны P_t быстро возрастает, что указывает на рост “смешения”
- *Чем больше численная диффузия, предусмотренная алгоритмом, тем больше “смешение”*

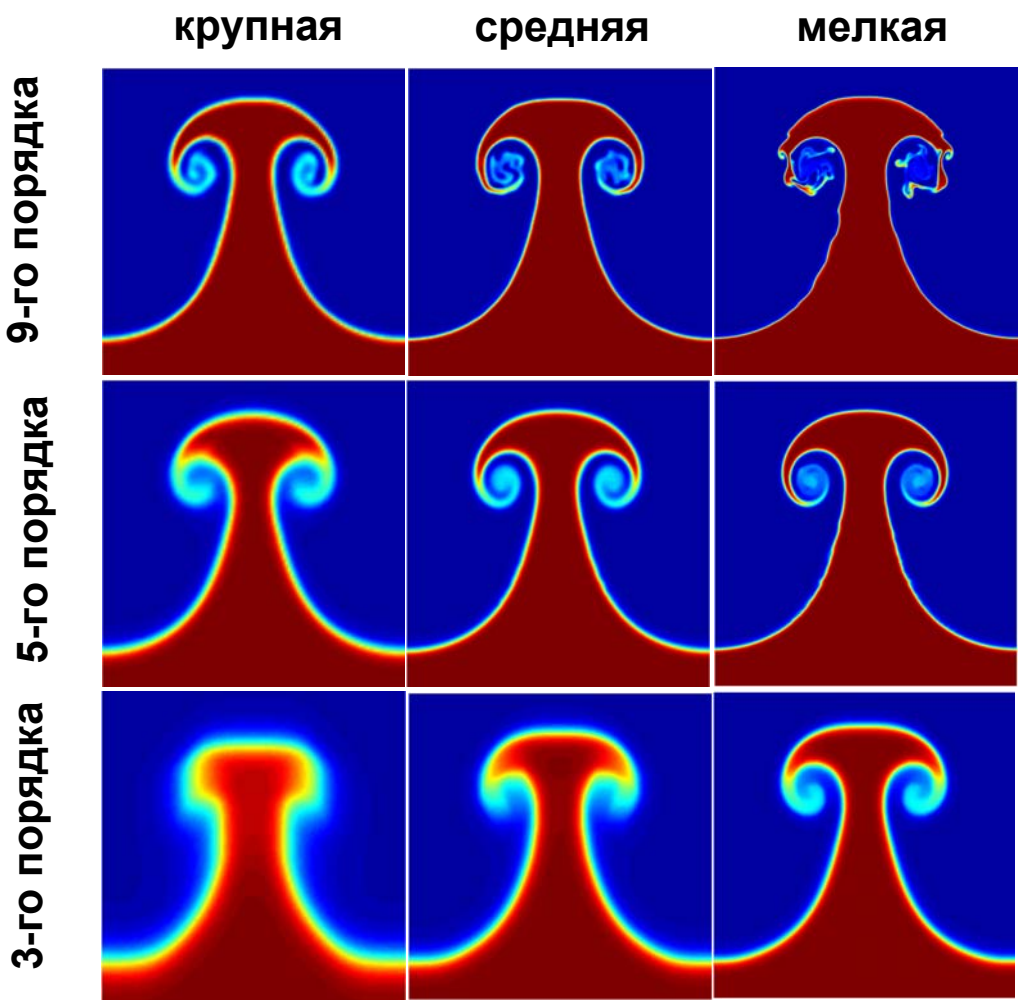
Спектры энергии турбулентности (в особенности спектры турбулентной энстрофии и дисперсии плотности) сильно зависят от порядка точности и размера сетки



- Спектры кинетической энергии отличаются, главным образом, на промежуточных масштабах
- Спектры энстрофии сильно зависят от диссипации
- Спектры дисперсии плотности достигают более высоких значений k по мере увеличения диссипации с увеличением порядка точности и уменьшением размера сетки

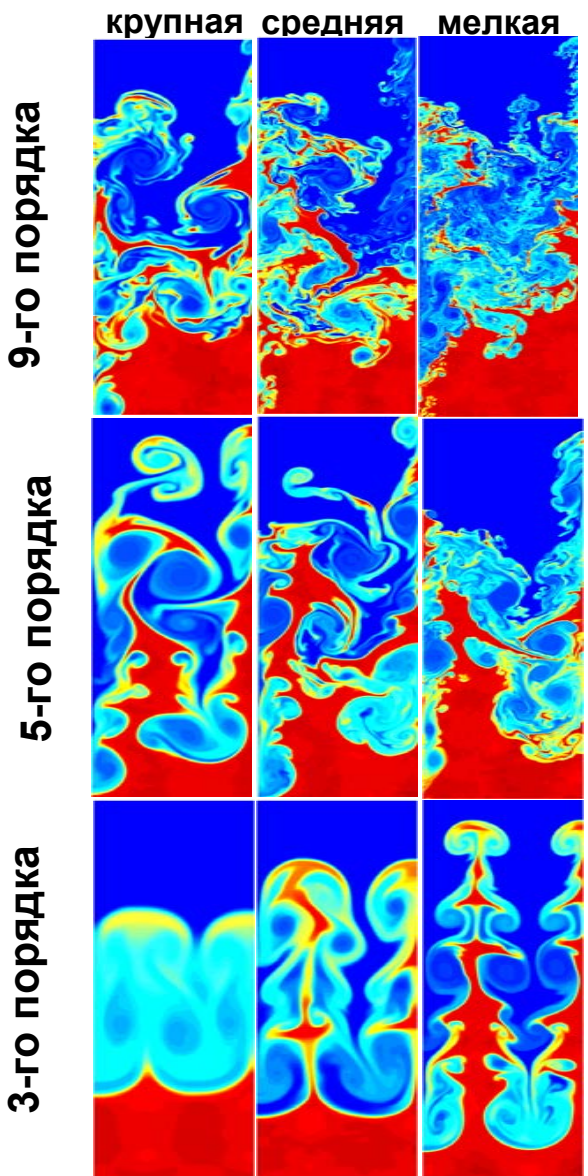
До отр. уд. волны | *После отр. уд. волны* | *При больших значениях времени*

Результаты для плотности через *t* = 6 мс (перед отраженной ударной волной) сильно зависят от порядка точности расчетов и размера сетки



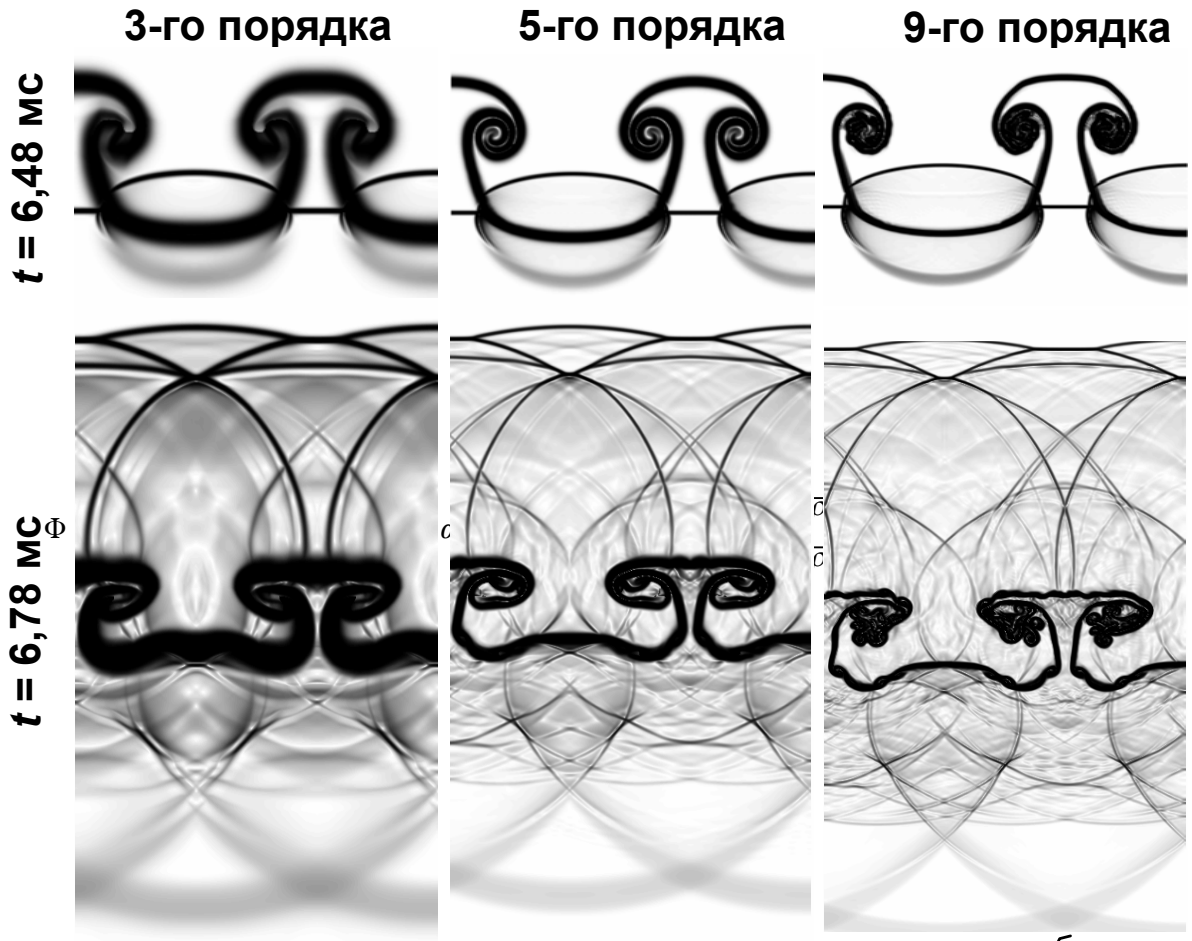
- С ростом порядка точности и уменьшением размера сетки поверхность раздела становится четче
- Очень большая численная диссипация при расчетах 3-го порядка точности подавляет сворачивание и образование структур
- При расчетах 9-го порядка точности большинство мелкомасштабных структур находится внутри зон сворачивания и на поверхности раздела

Результаты для плотности через *t* = 18 мс (фаза квазизатухания) также сильно зависят от порядка точности расчетов и размера сетки



- Результаты для расчетов 3-го порядка точности отличаются сильной диффузией и высокой симметричностью при больших значениях времени.
- Структуры намного более мелких масштабов видны на результатах расчетов 9-го порядка точности при всех размерах сетки
- Результаты расчетов 5-го и 9-го порядка точности демонстрируют хаос
  - Отраженная ударная волна нарушает симметрию
  - Очень маленькая численная диссипация расчетов 9-го порядка точности позволяет расти малым численным неустойчивостям
- Структуры плотности, полученные в расчетах 9-го порядка точности с мелкой сеткой, наиболее близко напоминают структуры, полученные визуализацией методом PLIF в экспериментах в ударной трубе.

Шлирен-явления имитируемой плотности показывают, что после прохождения ударной волны схема 9-го порядка точности дает намного больше волновых структур с более четкими границами



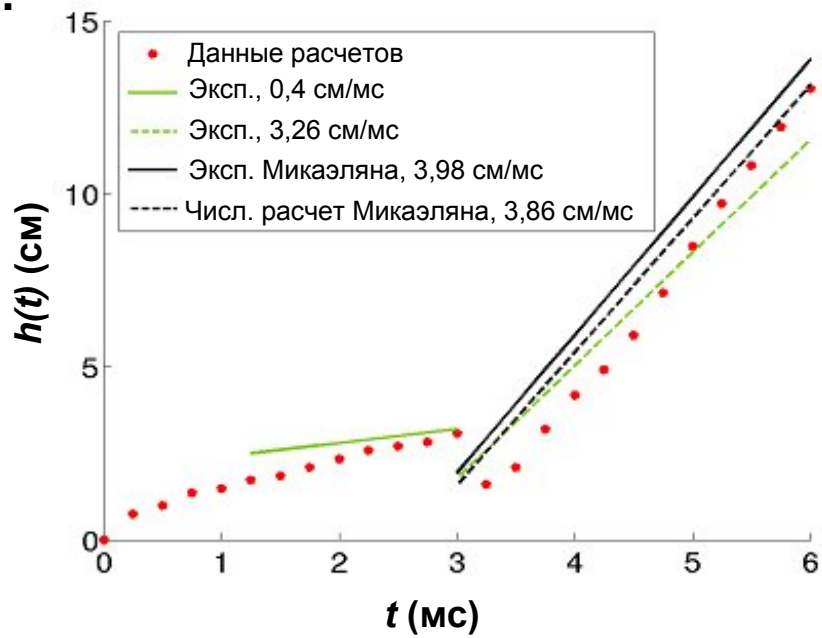
- Между результатами расчетов 5-го и 9-го порядка имеется меньшая разница, чем между результатами расчетов 3-го и 5-го порядка
- Численная диссипация приводит к утолщению волн
- Мелкие различия в типах волн из-за малых расхождений во времени (± 0,01 мс)

$$\Phi(x,y) = \exp\left[-\alpha(m_{SF_6})\frac{|\nabla\rho|}{\max|\nabla\rho|}\right], \quad \alpha(m_{SF_6}) = \begin{cases} 20 & \text{if } m_{SF_6} > 0.25 \\ 100 & \text{if } m_{SF_6} < 0.25 \end{cases}$$

Для смеси air/SF_6 при M = 1,5 эксперимент авторов Vetter и Sturtevant с проволочной сеткой и мембраной моделируется двухмодальным начальным возмущением

Модель начального возмущения:

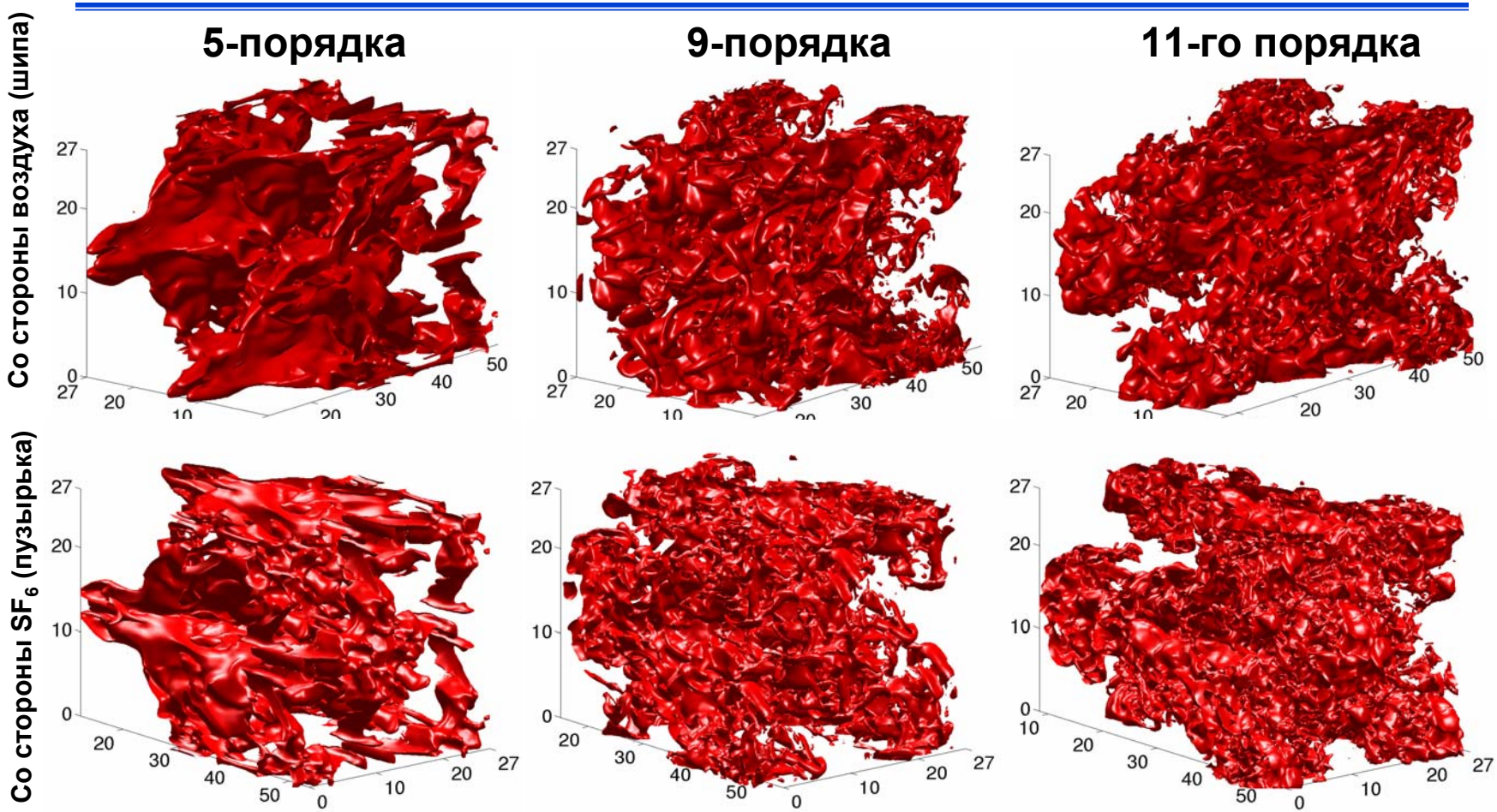
$$\eta(y,z)=0.27\left[\underbrace{\left|\sin\left(\frac{10\pi}{27}y\right)\right|\left|\sin\left(\frac{10\pi}{27}z\right)\right|}_{\text{Моделирует проталкивание мембраны через сетку}}-\underbrace{\cos\left(\frac{2\pi}{27}y\right)\cos\left(\frac{2\pi}{27}z\right)}_{\text{Моделирует искажение сетки}}\right]$$



- Экспонента адиабаты γ = 1,24815
- Начальная толщина границы 0,5 см
- Область вычислений (область проведения теста) 27^2 см $\times$ 61 см
- Размер сетки 129^2 x 257
- Порядки точности расчетов: 5-й, 9-й, 11-й

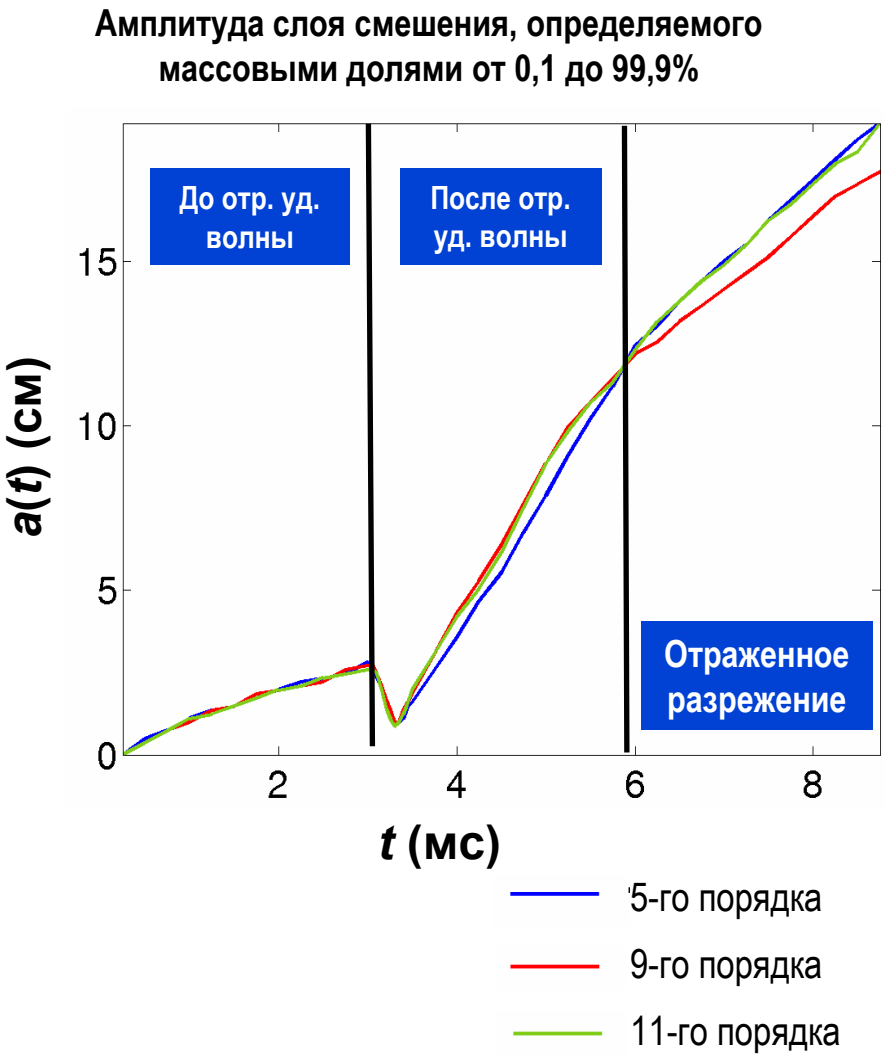
- Слой смешения растет в полном соответствии с экспериментальными данными после прохождения отраженной ударной волны (показано для расчетов 5-го порядка)
- Рост амплитуды в целом соответствует модели Микаэляна для отраженной ударной волны $h(t) = 0.28\, A^+ \Delta u\, t$

На изоповерхностях массовой доли видны различия между структурами как мелкого, так и более крупного масштабов, полученные в расчетах с различными порядками реконструкции



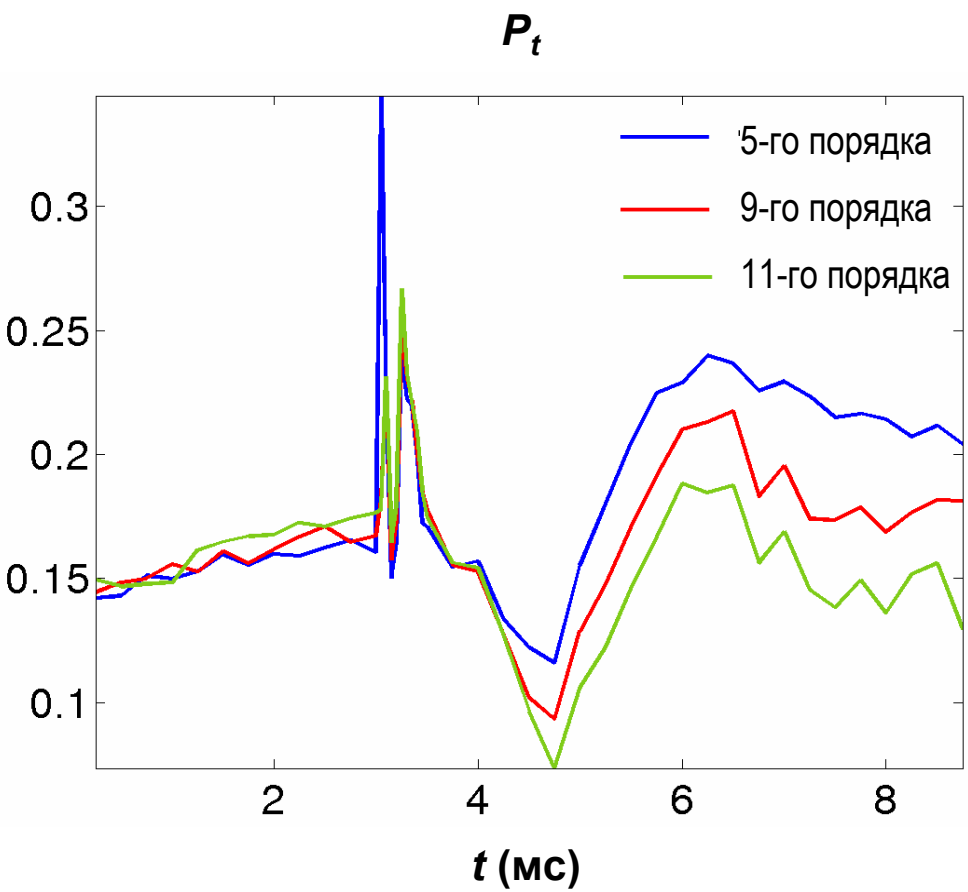
- *Видны различия между структурами как мелкого, так и более крупного масштабов*
- **В расчетах 9-го и 11-го порядка получены структуры более мелких масштабов, чем в расчетах 5-го порядка**
- **В расчетах 11-го порядка получены структуры еще более мелких масштабов, чем в расчетах 9-го порядка**

Сравнение амплитуд слоев смешения, полученных в расчетах 5-го, 9-го и 11-го порядка также показывает разницу в момент после прохождения отраженной ударной волны и в более поздние моменты



- Значения амплитуды до прохождения отраженной ударной волны согласуются
- В промежутке между прохождением отраженной ударной волны и прибытием волны отраженного разрежения при $t \sim 6$ мс амплитуда в расчетах 5-го порядка меньше, чем в расчетах 9-го и 11-го порядков
- Разница в $a(t)$ после $t \sim 6$ мс вызвана отраженной волной разрежения
  - По мере увеличения порядка точности отраженное разрежение усиливается, все более “отодвигая назад” границу раздела, что приводит к росту $a(t)$ (в расчетах 9-го и 11-го порядка)
  - Если волна отраженного разрежения слабеет, граница раздела не “отодвигается назад”, и рост, следующий за прохождением отраженной волны, продолжает оставаться быстрым (в расчетах 5-го порядка)
- При $t \sim 9$ мс слой достигает торца ударной трубы

Величины, характеризующие глобальное “смешение”, вызванное численной диффузией, также сильно зависят от порядка точности расчетов и размера сетки



- До прохождения отраженной ударной волны P_t аналогично во всех трех случаях
- После прохождения отраженной ударной волны P_t различно во всех трех случаях
- Возрастание численной диффузии приводит к росту “смешения”, как и в двумерном случае

Величины всех пространственных масштабов, характеризующие “смешение” и турбулентность в неустойчивости Рихтмайера-Мешкова, вызванной отраженной ударной волной, сильно зависят от порядка точности расчетов и размера сетки

- Как показано в двумерном случае, независимо от погрешности *O*(1), вызванной ударной волной, поток при больших значениях времени в режиме квазизатухания особенно сильно зависит от численного алгоритма
- Методы WENO 3-го и 5-го порядка слишком диссипативны
- Метод WENO 9-го порядка отличается численной сходимостью величин, определяемых большими масштабами, при рассмотренных в двумерном случае размерах сетки
- Как и ожидалось, наиболее зависимы величины, определяемые градиентами (например, спектр энстрофии)
- Приблизительное удвоение порядка точности дает результаты, качественно и количественно аналогичные результатам, получаемым при делении вдвое размера сетки
- Исследование было систематическим и внутренне непротиворечивым, в нем использовался один и тот же алгоритм и одни и те же граничные и начальные условия, но различные порядки точности и размеры сетки
- Ведется дальнейшее сравнение результатов для трехмерного случая

Представленные здесь численные доказательства свидетельствуют о том, что при моделировании турбулентного переноса и смешения как с неявными моделями нерешенных физических явлений, так и без них желательно использовать методы высокого порядка