# Числовые методы Эйлера физики соударений двух или более материалов

**Конференция пяти лабораторий по вычислительной математике**

**Вена, Австрия, 19–23 июня 2005**

***Р.Г.Шмидт***

***Сандийские Национальные лаборатории***

Sandia is a multiprogram laboratory operated by Sandia Corporation, a Lockheed Martin Company, for the United States Department of Energy's National Nuclear Security Administration under contract DE-AC04–94AL85000.

# Обзор

- **Вступление**
- **Мотивация**
- **Основные уравнения**
- **Числовые методы**
- **Примеры**
- **Основные выводы**

Ударная волна в неоднородной среде
Большое количество смешанных клеток

Sandia National Laboratories

# Вступление

- Физика соударений Эйлера для двух и более материалов является важным классом задач
- При использовании Hydrocode в управляющие уравнения вводятся различные приближения
- Основная задача: проверить допущения для вычислительных ячеек с более чем одним материалом
- Поиск решения при помощи управляющих уравнений
- Идентификация подходящих числовых методов

Sandia National Laboratories

# Мотивация

- Большая часть задач физики соударений рассматривает вычислительные ячейки с более чем одним материалом (ALE или по Эйлеру)
- Эти ячейки создают определенные трудности
  - Ошибочные состояния плотность - энергия
  - Ошибочная величина скорости
  - Результаты, не имеющие физического смысла
- Совеременные методы позволяют минимизировать эти трудности
  - Смешанные допущения (P, T, $\phi$)
  - Разбиение напряжений
  - Сброс материалов

Sandia National Laboratories

# Мотивация (продолжение)

- Экспериментальные и теоретические изыскания раздвигают границы допущений
- Необходимы продвинутые вычислительные модели
  - Многофазный поток
  - Прочность как функция давления/скорости
  - Неоднородная среда
  - Энергетическая реакция материала
  - Изменение пористости
  - Физика высокой энергетической плотности
  - Фазовые переходы и кинетические процессы
  - Механика разлома

Sandia National Laboratories

# Управляющие уравнения

- **Гидродинамические материалы**
- **Неизвестные: ϕ, γ, P, e, V (3+4m)**
- **Уравнения: 5 уранений сохранения, m EOS, m ϕ**
- **Определения и ограничения обеспечивают замыкание**
- **Критическая точка является определением давления ячейки и разбиения энергии в материалах**

$$\frac{\partial}{\partial t}[\rho] + \nabla \cdot [\rho V] = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial t}[\rho V] + \nabla \cdot [\rho V \otimes V + P] = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial t}[\rho E] + \nabla \cdot [\rho E V + P V] = 0$$

$$\boxed{\frac{\partial}{\partial t}[\phi_i] + V \cdot \nabla \phi_i = 0}$$

Или равноценный

$$\rho E = \sum \phi_i \gamma_i (e_i + \frac{1}{2} V \cdot V)$$

Sandia National Laboratories

# Разбиение напряжений и энергии

1. Предположим, что температура и давление всех материалов одинаковы
2. Одинаковое давление, но разная температура
   - Итерационная корректировка доли давления и энергии материала в пределах принятых допущений
3. Различное давление и температура
   - Эмпирическая корректировка доли объема и давления ячейки

- Соответственные масса, испульс и энергия

Sandia National Laboratories

# Примеры ложных допущений

- Одна величина давления и температуры (напряжение твердого тела отсутствует в ячейках с газом)
- Давление и температура не уникальны (фазовый переход) нет корректного или множественного EOS решения
- Анализировать высокое и низкое давление в ячейке
  - Расширение ячейки равно для обоих материалов
  - Расширять оба материала?
- Высокая и низкая плотность в той же ячейке
  - Оба материала расширяются одинаково (напряжение)
  - Материал высокой плотности не имеет физического смысла
  - Энергия и плотность не соответствуют друг другу

Sandia National Laboratories

## Отказы связаны с неучтенными физическими процессами

- Теплопередача
  - С течением времени происходит релаксация материалов с различной температурой по отношению друг к другу
- Релаксация под давлением
  - С течением времени происходит релаксация материалов с различным давлением по отношению друг к другу, уравнивая усилия
- Эффекты конфигурации
  - Пространственно – временные масштабы, усилия, химия, кинетика
  - Статистические материалы и процессы
- Механика разломов
  - Природа разломов и математические/числовые методы
  - Перенос импульсв в ячейках с несколькими материалами

Sandia National Laboratories

# Дополнения к управляющим уравнениям

- Дополнительное эволюционное уравнение доли объема
- Многофазное моделирование предлагает упрощенные дополнения к Эйлеровской гидродинамике
- Терм работы удельной внутренней энергии связан с долей объема, эффектами конфигурации и теплопередачей
- Связанная система частных дифференциальных уравнений

$$\frac{\partial}{\partial t}[\rho]+\nabla\cdot[\rho V]=0$$

$$\frac{\partial}{\partial t}[\rho V]+\nabla\cdot[\rho V\otimes V+P]=0$$

$$\frac{\partial}{\partial t}[\rho E]+\nabla\cdot[\rho EV+PV]=0$$

$$\frac{\partial\phi_i}{\partial t}+V\cdot\nabla\phi_i=\frac{f(\phi)}{\mu_c}\left[P_i-\beta_i+P_j-\beta_j\right]$$

$$\phi_i\gamma_i\frac{\partial e_i}{\partial t}+\phi_i\gamma_i V\cdot\nabla e_i=\phi_i P_i\nabla\cdot V+P_{\text{int}}\phi_i'+H(T_j-T_i)$$

$$\rho E=\sum\phi_i\gamma_i(e_i+\frac{1}{2}V\cdot V)$$

Sandia National Laboratories

# Техника числовых решений

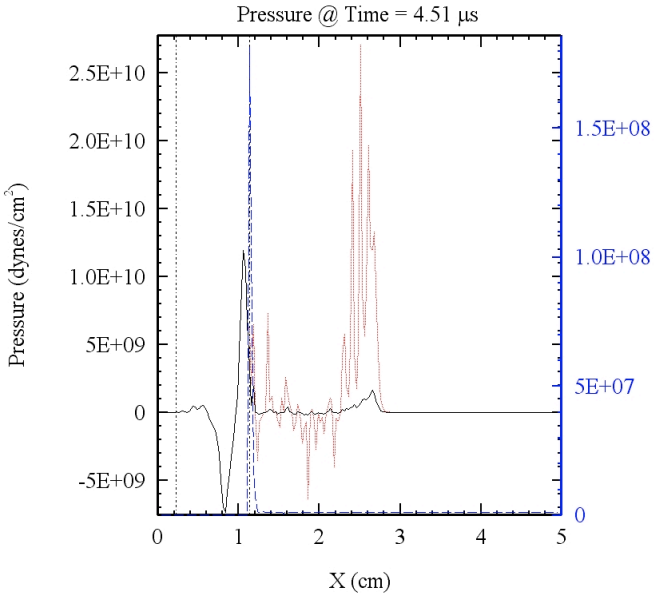
- Используйте метод дробных шагов (Разложение времени)
- Определите три оператора $L_L$,$L_R$ and $L_\phi$
- $L_L$ выполняет гидродинамику Лагранжа
  - Множество существующих методов и алгоритмов
- $L_R$ выполняет корректировку отображений Эйлера
- $L_\phi$ выполняет изменение доли объема
- Порядок операторов
  - $L_\phi$ $L_L$ $L_\phi$ $L_R$
  - $L_\phi$ $L_L$ $L_R$
  - $L_L$ $L_\phi$ $L_R$

Sandia National Laboratories

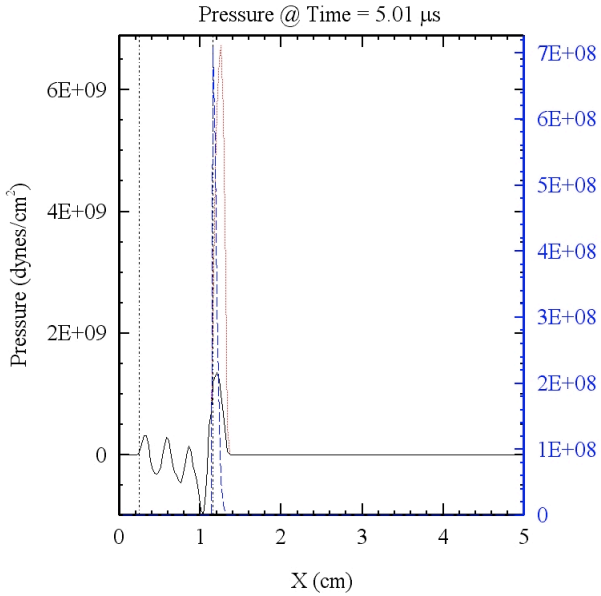
# Экстремальная 1мерная пробная задача

Специальная пластина

Не учтена доля объема
Нестабильная волна

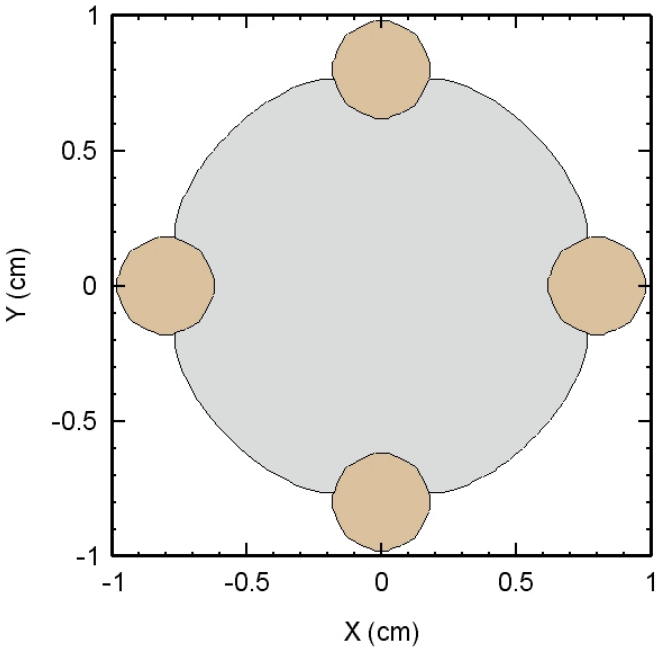


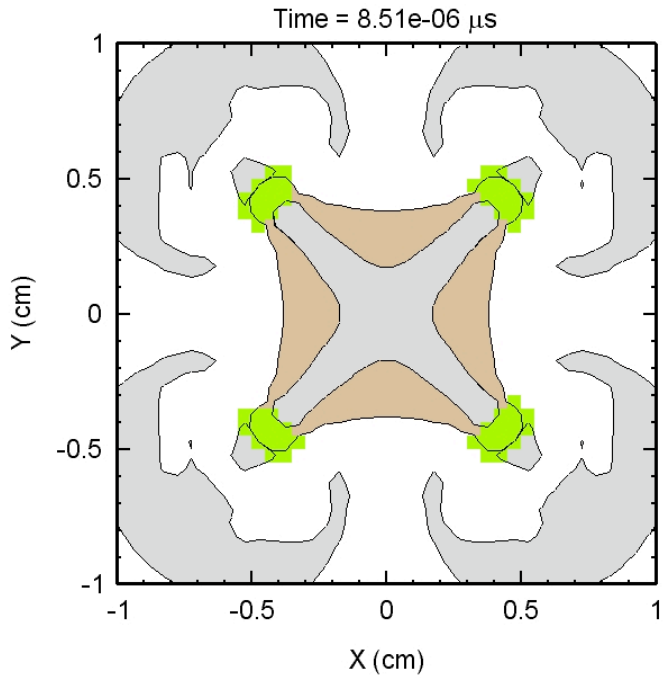

Доля объема учтена
Стабильная волна




Sandia National Laboratories

# 2-х мерная пробная задача

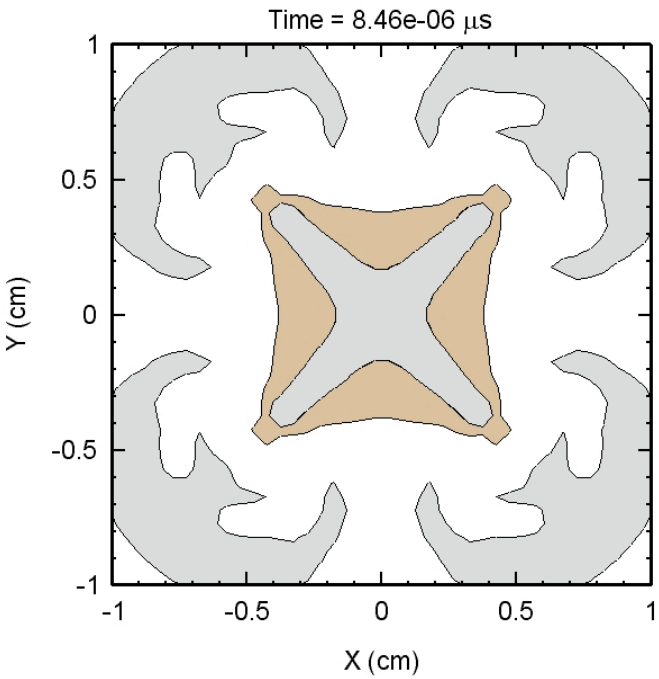


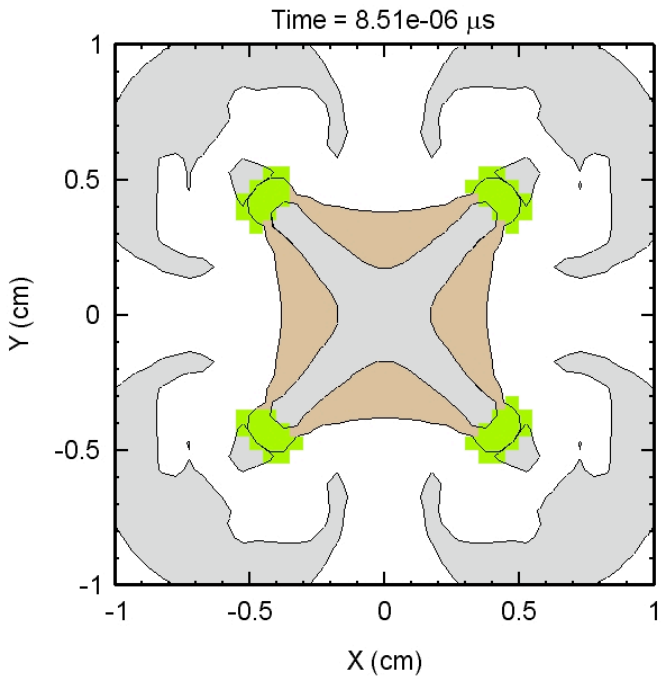




- **Стержень перемещается внутрь (1 км/сек)**
- **2000 недействительных состояний плотность - энергия (отсутствует доля объема)**
- **EOS отображение при натяжении представляется сомнительным**

Sandia National Laboratories

# 2-х мерная пробная задача




- **Существенно снизилось количество недействительных состояний плотность - энергия (12) с эволюцией доли объема**
- **EOS отображение при натяжении все еще проблематично, необходимо учесть физику разлома**
- **Изменился характер решения**

Sandia National Laboratories

# Итоги и заключения

- Определить класс задач для ячеек со смешанным материалом
- Найти теоретическое и числовое решение
- Постулировать уравнение эволюции доли объема
- Дополнительный терм работы и теплопередача
- Успешно применен метод дробных шагов
- Выявлены важные процессы, требующие дальнейшей разработки (EOS при натяжении и разлом)

Sandia National Laboratories